

À LA DÉCOUVERTE DE SITUATIONS DE REPRODUCTION DE FIGURES PAR PLIAGE D'UN PLIOX DU CYCLE 2 AU CYCLE 3

Claire GUILLE-BIEL WINDER

MCF, INSPE, Aix-Marseille Université
IRES d'Aix-Marseille, AMPIRIC
claire.winder@univ-amu.fr

Sylvie BLANQUART

PRAG, INSPE-Université de Bordeaux
Lab E3D, IREM de Bordeaux
sylvie.blanquart@u-bordeaux.fr

Émilie BLANCHETIER

PEMF, École de Grenade sur l'Adour
Groupe mathématiques des Landes, IREM de Bordeaux
blanchetier.emilie@u-bordeaux.fr

Christophe DRACOS

CPD, référent mathématiques, DSDEN des Bouches-du-Rhône
IRES d'Aix-Marseille, ADEF
christophe.dracos@ac-aix-marseille.fr

Résumé

L'atelier proposé visait à présenter les premiers résultats d'un travail collaboratif en cours entre chercheurs, formateurs et enseignants au sein de l'IRES d'Aix-Marseille et de l'IREM de Bordeaux, qui prend sa source dans une recherche portant sur la reproduction de figures par pliage d'un artefact particulier, le PLIOX (Guille-Biel Winder, 2014, 2021). Il s'agissait de faire découvrir et analyser par les participants, un ensemble de situations didactiques pouvant être mises en œuvre en cycle 2 et cycle 3 (école primaire) et visant le développement du regard sur les figures (Duval, 1995), ainsi que celui des raisonnements (Blanquart, 2023).

I - INTRODUCTION

Cet atelier prend sa source dans une recherche portant sur la reproduction de figures par pliage d'un artefact (Rabardel, 1995) particulier, le Pliox (Guille-Biel Winder, 2014a, 2021), qui consiste en un carré de papier présentant sur une face quatre zones également carrées et colorées en rouge, bleu vert et jaune, et non coloré sur l'autre face (figure 1a). Dans le cadre d'un travail collaboratif en cours (projet J2MA¹) entre chercheurs, formateurs et enseignants au sein de l'IRES d'Aix-Marseille et de l'IREM de

¹ Le projet J2MA (*Jeux et Manipulations en Mathématiques pour Apprendre*) s'inscrit dans les travaux communs de l'équipe pilote Maths-Ampiric du PIA3-AMPIRIC et de l'IRES d'Aix-Marseille. Les membres impliqués au niveau national dans le projet sont : Émilie Blanchetier (PEMF, École de Grenade sur l'Adour, Groupe mathématiques des Landes, IREM de Bordeaux), Sylvie Blanquart (LabE3D, IREM de Bordeaux, Université de Bordeaux), Christophe Dracos (CPD, référent mathématiques, DSDEN des Bouches-du-Rhône, ADEF, IRES d'Aix-Marseille), Claire Guille-Biel Winder (ADEF, AMPIRIC, IRES d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université), Clémence Larcher (PEMF, École Alphonse Daudet, Aix-en-Provence, IRES d'Aix-Marseille), Émilie Mari (PEMF, École La Corderie, Marseille, INSPE, IRES d'Aix-Marseille), Anne Prouha (IRES d'Aix-Marseille), Stéphane Roger (PEMF, École de Saint Barthélémy, Marseille, IRES d'Aix-Marseille).

Bordeaux, nous avons développé à partir de cet objet, plusieurs séquences à destination d'élèves de différents niveaux de l'école élémentaire (du CP au CM2). Ces séquences mettent en œuvre des situations d'action et de formulation (Brousseau, 1998) et visent le développement du regard sur les figures (Duval, 1995), ainsi que celui des raisonnements (Blanquart, 2023).

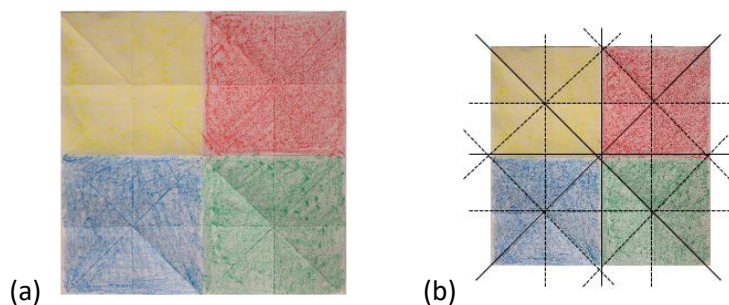


Figure 1. Recto du Pliox (a) ; lignes de pli autorisées (b)

Notre recherche s'inscrit ainsi dans le cadre de la Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) et dans celui des travaux en didactique de la géométrie : ceux de Berthelot et Salin (1999-2000), Brousseau (2001), Houdement et Kuzniak (2000) portant sur les problèmes spatiaux et la géométrie ; ceux de Duval (1988, 1995, 2005), Duval et Godin (2005), Duval, Godin et Perrin-Glorian (2005), pour penser le rapport aux figures dans l'enseignement et l'apprentissage. En particulier, nous convoquons la notion d'unité figurale (Duval, 1995), qui désigne une unité élémentaire du registre sémiotique des figures géométriques mise en relation avec sa dimension :

- le point est ainsi la seule unité figurale de dimension 0 (0D) ;
- les lignes et courbes, ouvertes ou fermées, sont des unités figurales de dimension 1 (1D) ;
- les surfaces, comme les intersections de lignes ouvertes ou fermées, des unités figurales de dimension 2 (2D).

Selon ce chercheur, un objet mathématique peut être représenté par différentes unités figurales, éventuellement de dimensions différentes, et en particulier, une figure géométrique dans le plan est toujours une configuration d'au moins deux unités figurales élémentaires. Enfin, nous prenons en compte les niveaux d'appréhension des figures géométriques (Duval, 1995) : appréhensions perceptive (reconnaissance immédiate d'une forme), opératoire (centrée sur des modifications figurales comme les décompositions / recompositions ou l'inclusion dans une sur-figure, des modifications optiques de type agrandissement/réduction, ou positionnelles consistant à déplacer une figure ou la faire tourner), et discursive (liée à une dénomination ou aux propriétés données comme hypothèses).

L'objectif de cet atelier est de présenter puis de faire analyser les séquences produites. Le plan du compte-rendu reprend dans les grandes lignes celui de l'atelier : la partie II est ainsi consacrée à la présentation des situations d'action (reproduction de figures par pliage d'un Pliox), puis la partie III à celles des situations de formulation. La partie IV revient sur le déroulement de l'atelier et les productions des participants.

II - LES SITUATIONS D'ACTION

Après avoir présenté les situations de reproduction de figures par pliage d'un Pliox, nous revenons sur quelques éléments d'analyse *a priori* (Brousseau, 1998) : nous relevons les connaissances en jeu et explicitons les principales variables didactiques de ces situations d'action. Nous présentons ensuite le scénario que nous avons élaboré. Nous concluons cette partie par la présentation de différents constats que nous avons pu établir à l'issue de nos travaux.

1 Présentation des situations de reproduction de figures par pliage d'un Pliox

Dans les situations de reproduction de figures par pliage d'un Pliox, une figure modèle est donnée (elle-même obtenue à partir du pliage d'un Pliox), et les pliages se réalisent selon les lignes de pli autorisées qui correspondent aux axes de symétrie du grand carré et à ceux des carrés monochromes (figure 1b). La figure 2 propose des exemples de figures modèles.

Ces situations sont assez spécifiques. En effet, elles se déroulent d'une part dans l'espace sensible et nécessitent une action – un ou plusieurs pliages (ce sont donc des origamis particuliers) : à ce titre elles correspondent à des problèmes spatiaux au sens de Salin (2008). D'autre part, le Pliox évoque un objet de dimension 2 dont la forme correspond à une figure géométrique composée elle-même de sous-figures. Même si l'enjeu pour les élèves consiste à reproduire un objet matériel, la situation engage des connaissances sur les figures géométriques, et les situations d'actions peuvent alors être considérées comme des problèmes géométriques (de reproduction de figures) dans le paradigme de la géométrie axiomatique naturelle (G1) identifié par (Houdement et Kuzniak, 2000)².

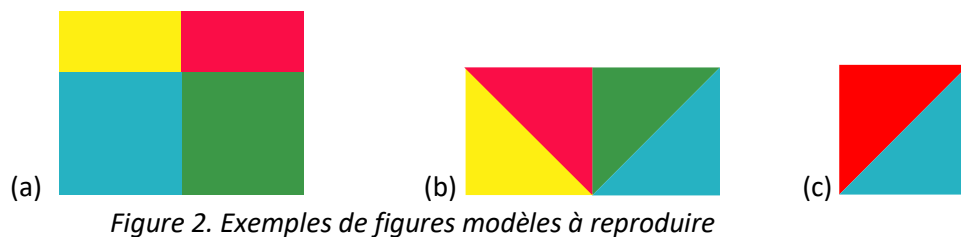


Figure 2. Exemples de figures modèles à reproduire

2 Connaissances en jeu dans les situations d'action

Nous précisons les connaissances en jeu à partir de l'analyse de la figure modèle présentée en figure 2a. Pour réaliser cette figure, il est nécessaire d'identifier les « figures internes » (c'est-à-dire les sous-figures monochromes) : en effet le jeu des couleurs fait apparaître une décomposition figurale composée de quatre éléments figuraux 2D (deux rectangles et deux carrés secondaires). En revanche, l'identification de la « figure externe », élément figural 2D correspondant au « contour » de la figure modèle (un rectangle ici) n'est pas indispensable. Le pliage à réaliser se fait selon un pli correspondant à un axe de symétrie des deux carrés rouge et jaune (élément figural 1D) et se réalise en prenant appui sur une médiane, axe de symétrie du Pliox qu'il faut prendre en compte au verso. On peut alors s'attendre à certaines productions « approximatives », c'est-à-dire comportant bien quatre figures internes, dont les deux carrés bleu et vert, mais aussi : soit deux rectangles jaune et rouge de taille différente de celle attendue (non « demi-carrés »), le pli correspondant étant parallèle à la médiane secondaire (figure 3a) ; soit deux trapèzes rectangles rouge et jaune, le pli correspondant n'étant pas parallèle à la médiane des carrés monochromes associée au pliage (figure 3b).

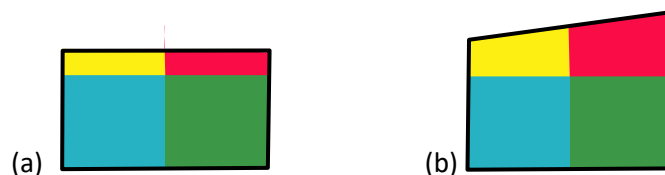


Figure 3. Exemples de figures « approximatives » pouvant être obtenues lors de la reproduction de la figure modèle 2a

Les connaissances en jeu sont alors de différentes natures, certaines sont en cours d'apprentissage en CP / CE1, d'autres sont plus anciennes. Des **connaissances géométriques** portent sur des quadrilatères particuliers (le carré et le rectangle) et certaines de leurs propriétés (égalités de longueurs, angles droits notamment), et dans d'autres reproductions sur les triangles rectangles isocèles. Des relations entre

² Pour des analyses plus fines, nous référons le lecteur à (Guille-Biel Winder, 2014a).

différents éléments figuraux 2D apparaissent également : ici entre le rectangle « demi-carré » et le carré, ailleurs, avec le triangle rectangle « demi-carré » et le carré. Les côtés sont perçus comme les bords des figures internes colorées. Des droites particulières du carré apparaissent sous forme de plis (médiante, axe de symétrie, voire diagonales dans d'autres reproductions). La médiane principale utilisée dans le pliage et située au verso est ici effectivement perçue comme une droite (donc détachée des côtés des carrés). Dans certaines reproductions, des éléments figuraux 0D apparaissent (des milieux de côtés, des sommets de polygones, le centre du carré). Il existe également un enjeu langagier relatif à l'utilisation de termes géométriques désignant les différents éléments figuraux. Des **connaissances spatiales**³ (Bertelot et Salin, 1999-2000) sont également en jeu. Certaines sont liées à l'orientation et à la position des différentes sous-figures dans les figures modèles. Elles sont implicites au moment de l'action mais peuvent être explicitées lors des mises en commun, incitant à des formulations adaptées (elles concernent donc également l'usage adéquat du vocabulaire). D'autres sont relatives au passage du plan fronto-parallèle (modèle affiché au tableau) à son Pliox posé sur sa table en face du tableau, ou encore à l'orientation du Pliox lors des explicitations de procédures.

Notons toutefois que le vocabulaire géométrique est introduit et utilisé en situation, sans brider l'expression spontanée des élèves : les termes de la vie courante sont acceptés (mais repris au besoin par l'enseignant) s'ils permettent une bonne communication, puis sont progressivement remplacés par les termes spécifiques du langage géométrique.

Un enjeu cognitif est associé à l'ensemble des problèmes de reproductions de figures par pliage d'un Pliox : il s'agit à terme d'acquérir une sorte de flexibilité quant à la reconnaissance des formes dans n'importe quelle position et détachées ou intégrées dans d'autres figures.

Nous complétons cette première analyse *a priori* par une présentation des principales variables didactiques.

3 Principales variables didactiques

Un premier ensemble de variables didactiques concerne *la modalité de présentation de la figure modèle* mise en relation avec le support retenu. En effet, la figure modèle peut être présentée sous la forme d'un Pliox préalablement plié. Le support de l'enseignant est alors identique à celui des élèves. On peut y percevoir les plis déjà réalisés ainsi que son épaisseur. Dans ce cas, la figure modèle peut rester éloignée des élèves ou pas, elle peut être manipulable ou pas (lorsqu'elle est affichée au tableau par exemple). Le problème posé correspond alors à une reproduction à l'échelle 1. Mais d'autres modalités sont envisageables. Ainsi la figure modèle peut être présentée sous la forme d'un dessin, ou d'une photo ou encore vidéoprojetée, et cette représentation peut être éloignée ou pas. La reproduction peut s'effectuer à échelle 1 ou pas.

Un deuxième ensemble de variables didactiques porte sur la position de la figure modèle (sur le plan fronto-parallèle, mettant alors potentiellement en jeu des modifications positionnelles, ou sur un plan horizontal) et son orientation (facilitant alors plus ou moins la reconnaissance de certaines figures planes usuelles, notamment le carré).

Selon le modèle que l'on choisit, l'activité est rendue plus ou moins difficile et met en jeu différentes connaissances. Ainsi le nombre de pliages peut être un premier facteur de difficultés. Cependant la nature de la figure externe, le nombre de sous-figures, leurs positions relatives, ainsi que la position qu'elles occupent, interviennent également. Par exemple sur la figure 4, la figure modèle (a) est plus simple à

³ « Par connaissances spatiales, nous désignons les connaissances qui permettent à un sujet un contrôle convenable de ses relations à l'espace sensible. Ce contrôle se traduit par la possibilité pour lui de : reconnaître, décrire, fabriquer des objets ; déplacer, trouver, communiquer la position d'objets ; reconnaître, décrire, construire ou transformer un espace de vie ou de déplacement. » (Berthelot et Salin, 1999-2000, p. 38)

reproduire que la figure modèle (b) qui nécessite trois pliages; mais la figure modèle (c) qui nécessite un seul pliage est plus difficile que la figure modèle (d) qui en nécessite deux.

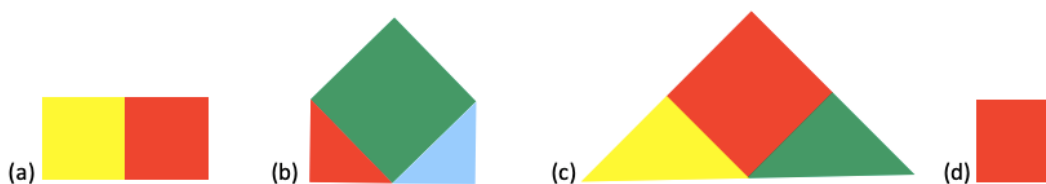


Figure 4. Figures modèles correspondant à différentes valeurs de variables (nombre de pli, nature de la figure externe, nombre et nature des zones monochromes, direction des plis)

Les directions des plis (parallèles à l'une des médianes du carré « externe », ou bien à l'une de ses diagonales) jouent également un rôle. De plus, l'existence des plis déjà formés facilite l'activité : en effet si l'on doit prendre en compte les parties repliées au verso du Pliox, l'activité est rendue plus difficile.

Enfin, selon le modèle, il peut s'avérer nécessaire de prendre en compte le verso du Pliox (comme pour le modèle figure 2a dont la reproduction exige de prendre en compte la médiane du carré externe apparaissant au verso), voire des parties repliées au verso (comme c'est le cas figures 2b et 2c), ce qui rend la tâche plus ardue car elle met en fonctionnement des retournements.

En prenant appui sur un jeu de variables didactiques, nous avons élaboré un scénario en au moins trois séances que nous présentons maintenant.

4 Scénario élaboré

Le scénario élaboré comporte plusieurs étapes nécessitant au moins trois séances.

La première étape vise l'appropriation de l'artefact par sa construction guidée. Dans cette étape, la tâche des élèves consiste à fabriquer le Pliox : dans un premier temps (uniquement pour les élèves de CE1), il s'agit d'obtenir le plus grand carré possible à partir d'une feuille A4 ; dans un deuxième temps les élèves (de CP et de CE1) doivent colorier le carré en le pliant correctement. C'est ainsi un problème technique qui est posé aux élèves, mais qui fait appel à des connaissances géométriques. L'enseignant poursuit plusieurs objectifs :

- la (ré)activation du vocabulaire géométrique (carré, rectangle, côté) et spatial de position ou d'orientation (au-dessus de, au-dessous de, à gauche de, à droite de, à droite, à gauche, en haut, en bas) ;
- la mise en évidence que le contour du Pliox (la figure externe) est un carré partagé en quatre zones carrées ;
- l'explicitation du pliage bord sur bord comme modalité de reproduction.

Cette étape se déroule en plusieurs temps : la présentation collective du Pliox accompagnée d'une discussion sur ce que les élèves « voient », la réalisation du carré pour les CE1, le pliage du carré en quatre carrés superposables, et le coloriage.

La deuxième étape correspond à la première confrontation au problème. Elle vise l'appropriation de la situation. Les élèves doivent reproduire la figure modèle 4a par pliage. Cette étape se déroule en cinq temps. La figure modèle est d'abord présentée à la classe et les élèves sont invités à l'analyser collectivement (la figure 5 présente un exemple de consigne écrite au tableau et allant dans ce sens).

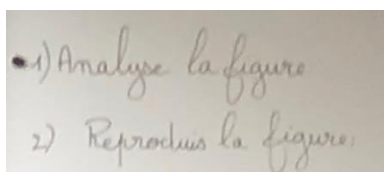


Figure 5. Un exemple de consigne écrite au tableau (classe Rep+ CE1, Stephan Roger, 2024)

Puis individuellement les élèves réalisent la reproduction. Dans un troisième temps, la mise en commun collective vise à expliciter les procédures et à invalider d'éventuelles productions incorrectes. Il s'agit de rendre explicites les connaissances qui circulent et de choisir celles à institutionnaliser en élargissant le contexte. La conclusion collective revient dans cette étape sur les relations entre le carré et le rectangle et l'institutionnalisation « locale » peut porter sur le vocabulaire rencontré (carré, rectangle, côté).

Dans la troisième étape, d'autres reproductions à un pliage sont proposées aux élèves, par exemple les figures 2a et 4c (figure 7), avec un déroulement identique à l'étape 2 (présentation et analyse collectives de la figure modèle, recherche individuelle, mise en commun, conclusion et institutionnalisation locale).

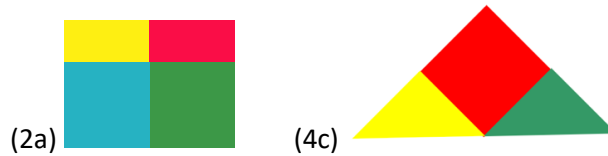
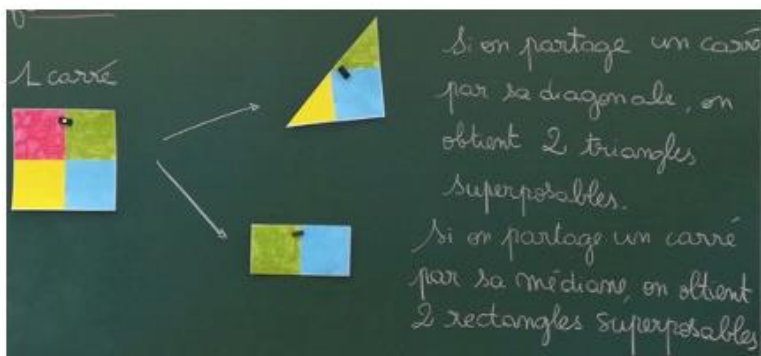


Figure 7. Les figures 2a et 4c

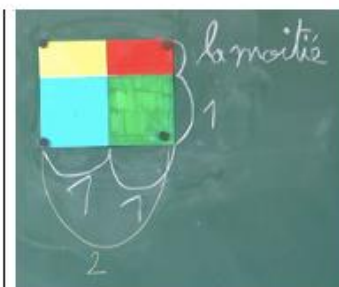
À cette occasion, de nouvelles relations entre carré, rectangle « demi-carré » ou triangle rectangle isocèle sont mises en évidence. La création de nouveaux plis fait émerger de nouvelles droites et conduit également à l'apparition de nouvelles figures (décompositions ou recompositions figurales). Par ailleurs, la demande, par l'enseignant, de justifier l'identification des figures conduit à la mise en évidence de leurs propriétés (nombre de côtés, égalité de longueurs, présence d'angles droits). Ainsi, la reproduction de la figure modèle 4c conduit à la reconnaissance du carré en situation non prototypique (et on peut jouer sur la mobilité du Pliox et le tourner pour « retrouver » le carré). D'autre part, l'existence de plusieurs procédures possibles fournit l'occasion de faire fonctionner le vocabulaire spatial. L'institutionnalisation locale porte sur le vocabulaire, les relations entre les figures, les objets géométriques particuliers (identification et / ou propriétés). La figure 7 en présente des exemples.



(a) CE1 Rep+ (Stephan Roger, 2024)



(b) CE1 (Isabelle Richard, 2018)



(c) CE1 (Sandrine Jadot, 2017)

Figure 7. Exemples d'institutionnalisations locales

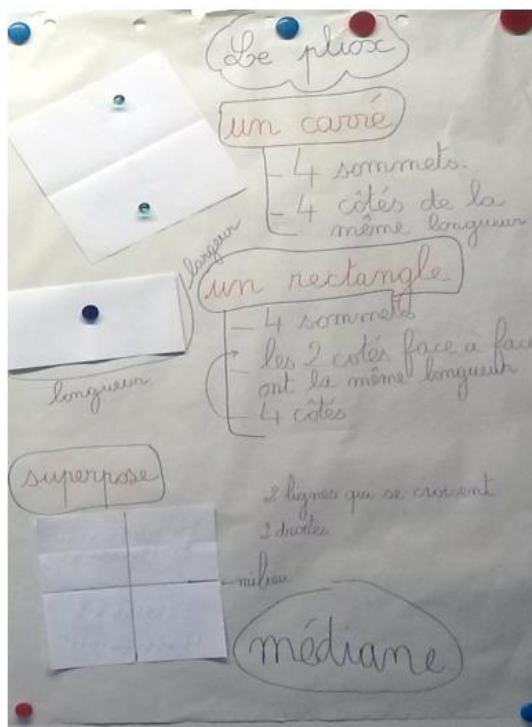


Figure 8. Exemple d'une trace écrite collective évolutive (classe CP/CE1, Cathy Le Reun, 2017)

Ce scénario autorise différentes adaptations. Nous en citons deux qui ont été réalisées dans des classes associées à notre projet. La première consiste à fournir une figure modèle sur la table de l'élève en difficulté afin qu'une modification positionnelle ne soit pas nécessaire. La seconde est relative à l'apport d'outils langagiers (vocabulaire mais pas seulement), afin de faciliter la prise de parole (deux exemples sont donnés en figure 9). Cela conduit également à une institutionnalisation locale.

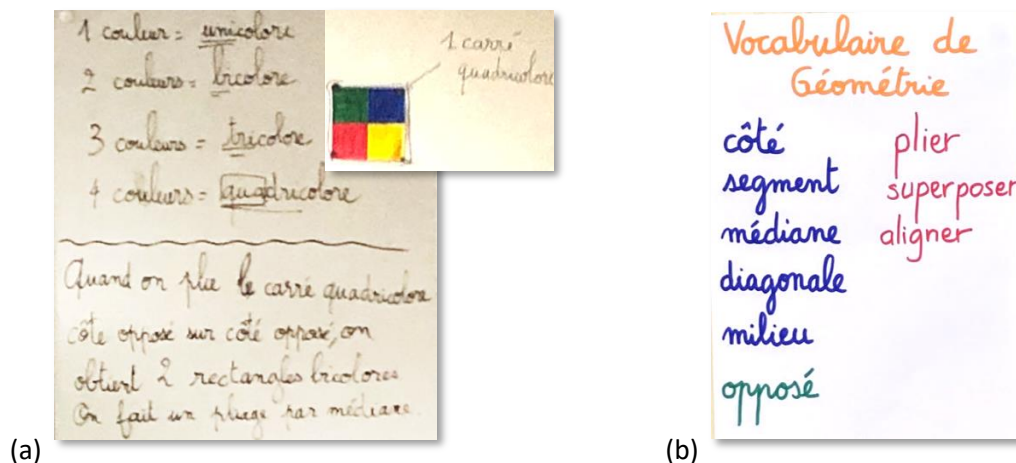


Figure 9. Deux exemples d'apports d'outils langagiers : (a) en classe Rep+ CE1 (Stephan Roger, 2024) ; (b) en classe CE1/CE2 (Clémence Larcher, 2024)

5 Constats établis à l'issue de nos travaux

Nous présentons ici quelques éléments de constat établis à l'issue de l'analyse de plusieurs mises en œuvre du scénario dans des classes de CP et de CE1. Certains portent sur les élèves, d'autres concernent les pratiques enseignantes.

5.1 Du côté des élèves

Nous constatons une motivation de tous les élèves (même ceux qui usuellement ont du mal à rentrer dans le rythme de la classe), probablement due à une dévolution toujours réussie. En effet, le but à atteindre (reproduire la figure modèle) est accessible, la manipulation favorise les ajustements et l'erreur n'est pas

vécue négativement. Par ailleurs, l'implication des élèves ne faiblit pas, les élèves rencontrant des difficultés scolaires n'étant pas les moins impliqués : ils cherchent et trouvent parfois plus rapidement que certains considérés comme bons... À titre d'illustration, nous avons étudié à travers les transcriptions de mises en œuvre du scénario dans deux classes différentes mais dont les déroulements comme la population étaient comparables, le nombre d'élèves ayant pris la parole à bon escient dans deux séances consécutives (Guille-Biel Winder, 2014b). La figure 10 met en lumière un nombre grandissant d'élèves impliqués dans chacune des classes.

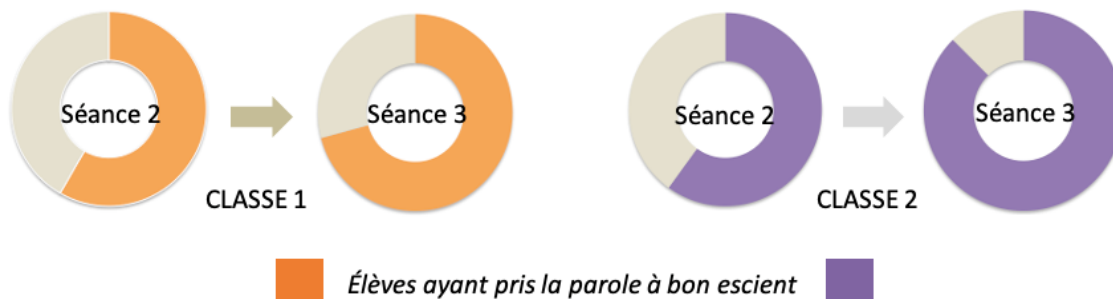


Figure 10. Nombre d'élèves ayant pris la parole à bon escient lors de deux séances consécutives dans deux classes

Nous avons également constaté un enrichissement progressif du regard que les élèves pouvaient porter sur les figures à reproduire. D'abord focalisés sur les zones de couleurs ou bien sur la forme globale de la figure, les élèves ont été capables, au fil de la séquence, d'identifier des sous-figures et de les recomposer. Cet enrichissement est cependant plus marqué lorsque l'enseignant crée les conditions dans la classe pour rendre explicite les décompositions et recompositions figurales.

Enfin, certaines difficultés dans la réalisation des pliages ont été constatées chez des élèves ayant des problèmes de motricité fine, même si cela ne présume pas de difficulté à identifier ce qu'il faut faire. On peut donc voir sans faire. Ce constat rejoint celui de Petitfour (2017) qui propose alors un travail en dyade afin de prendre en compte ces difficultés.

5.2 Du côté des enseignants

En mettant en regard la proportion de mots relevant du langage géométrique par rapport à ceux relevant d'autres domaines langagiers employés par l'enseignant et par les élèves dans deux séances consécutives pour deux classes qui ont suivi le même déroulement de séance, nous avons constaté une très forte corrélation entre l'usage du vocabulaire géométrique par l'enseignant et celui employé par les élèves dans chaque séance (de l'ordre de 80%), ainsi qu'une corrélation avec l'évolution de l'usage de ce vocabulaire par les élèves (Guille-Biel Winder, 2014b, 2021). Or Mathé (2009) souligne que dans les situations d'action sur des objets géométriques, le langage joue un rôle dans les possibilités d'allers-retours entre objets et concepts. Ceci signifie que les activités langagières de l'enseignant ou proposées par lui, ont un impact sur l'acquisition des concepts. Citons notamment la formulation de décompositions et recompositions figurales ou encore la justification de l'identification des figures. Cependant des travaux ultérieurs sur le Pliox ont révélé que l'usage du vocabulaire géométrique ne garantit pas forcément la compréhension des concepts : on a vu ainsi des élèves parler des « quatre côtés du carré » (ce qui est tout à fait correct), mais désigner les quatre sommets... (Blanquart, Guille-Biel Winder et Petitfour, 2024).

Comme nous l'avons vu, les connaissances en jeu sont plurielles : connaissances géométriques portant sur des polygones particuliers, leurs propriétés et les relations qu'ils entretiennent entre eux, sur certaines des droites qui leur sont associées (diagonales, médianes, axes de symétrie) ainsi que sur certains points particuliers (sommets, milieux) ; connaissances spatiales et connaissances langagières. Ces connaissances circulent effectivement dans la classe pendant les mises en œuvre et le regard des élèves s'enrichit. Ainsi l'appropriation de ces connaissances est doublée d'un travail sur les différents regards à porter sur une figure (complexe). Cependant lors de nos expérimentations, nous avons constaté une difficulté chez les

enseignants à s'emparer de ces connaissances qui circulent et plus généralement à identifier les enjeux de la situation (Guille-Biel Winder, 2021). Notons que ces différents constats rejoignent ceux d'autres recherches et soulèvent la question cruciale de la formation des maîtres.

Signalons enfin un geste professionnel qui s'est révélé important, à savoir celui de faire venir montrer au tableau par les élèves les objets géométriques qu'ils énoncent (Blanquart, Guille-Biel et Petitfour, 2024). Cela permet en effet, côté élèves, de soutenir la compréhension de l'oral et de fixer ce qui est dit, et d'autre part, côté enseignant, de révéler des *dissonances sémiotiques* (Petitfour et Houdement, 2022), c'est-à-dire des termes (géométriques ici) employés qui ne sont pas en concordance avec les objets pointés. Des exemples sont donnés figure 11.

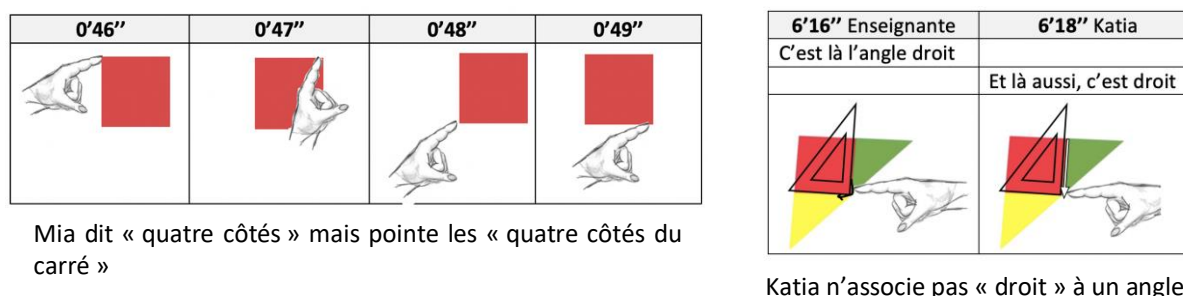


Figure 11. Exemples de dissonances sémiotiques révélées (Blanquart, Guille-Biel et Petitfour, 2024)

III - LES SITUATIONS DE FORMULATION

Dans le cadre de la TSD, le fonctionnement des connaissances est modélisé en situations d'action, de formulation et de validation (Brousseau, 1998). La formulation est un moyen incontournable qui naît de la contrainte posée sur l'action (Brousseau, 1998, p. 35) par exemple par éloignement temporel ou spatial : le sujet peut alors prélever des informations sur la situation mais sa seule action immédiate est insuffisante pour obtenir le résultat escompté. Par ailleurs une situation de formulation est considérée comme effective seulement si les formulations inadaptées reçoivent une rétroaction du milieu (Brousseau, 2012, p. 120). Ainsi dans les situations de formulation, le sujet explicite ce qui régit les actions ; cette communication peut être orale ou écrite, pour lui-même ou pour un tiers. L'élève est alors amené à énoncer formellement les actions effectuées, mais aussi les conditions dans lesquelles il a effectué ces actions.

Après une présentation des situations de formulation construites dans le contexte de la reproduction de figures par pliage d'un Pliox, nous précisons dans le second paragraphe les connaissances en jeu en distinguant phases de verbalisation et phases de formulation. Nous présentons ensuite les variables didactiques en jeu puis le scénario élaboré.

1 Présentation des situations de formulation

Dans les situations de formulation les élèves sont répartis par groupes. Chaque groupe est lui-même scindé en deux équipes : les « émetteurs » et les « récepteurs ».

Dans un premier temps, les équipes « émetteurs » reproduisent, par pliage d'un Pliox, une figure modèle donnée par l'enseignant ou construisent une figure de leur choix. Dans un deuxième temps, les équipes « récepteurs » doivent reproduire cette figure modèle sans la voir, uniquement en suivant les instructions des « émetteurs ». Ainsi les deux équipes doivent coopérer, par l'intermédiaire de messages, pour atteindre le même objectif, mais sans avoir les mêmes interactions avec le milieu. Outre les connaissances associées à la situation d'action, les messages échangés (à l'oral ou à l'écrit) mobilisent des connaissances spécifiques comme la formulation d'une caractéristique du modèle à reproduire ou l'explicitation de l'organisation des tâches.

2 Connaissances en jeu dans les phases de verbalisation et de formulation

2.1 Les phases de verbalisation

En appui sur les travaux de Blanquart (2020), nous considérons des phases de verbalisation comme un intermédiaire entre phase d'action et phase de formulation. Quand il y a verbalisation, la connaissance a en effet pour fonction la désignation précise des actions effectuées (ou à effectuer), ou la description de leur but. L'action explicitée est contextualisée, située dans le temps et l'espace, elle porte la marque de celui qui agit. Pour autant, nous différencions la verbalisation de l'action effective, car du point de vue des connaissances, la verbalisation permet déjà un premier retour réflexif sur l'action : le sujet qui verbalise le fait pour autrui. Ce faisant, il sélectionne les informations à communiquer, l'ordre dans lequel il les énonce, les signes utiles pour cette communication (langue orale, gestes, symboles écrits). Il doit pouvoir désigner les objets dont il parle et leurs relations, par exemple, en géométrie, par l'intermédiaire du langage technique géométrique (Petitfour, 2017). Les rétroactions sont apportées de manière immédiate, soit par le milieu, soit par l'interlocuteur.

Dans le cas de la reproduction de figure par pliage d'un Pliox, cette verbalisation est favorisée par une communication orale au cours de laquelle les élèves sont répartis par binômes. Les deux élèves d'un même binôme sont séparés par une cloison opaque qui leur permet d'échanger par oral mais ne leur permet pas de voir les gestes effectués par le partenaire. Les élèves disposent tous d'un modèle distribué par l'enseignant (au sein d'un binôme les modèles sont différents). À tour de rôle chaque élève reproduit la figure modèle qui lui est assignée puis décrit à son partenaire les actions à effectuer pour que celui-ci la reproduise sans la voir. Ce partenaire est autorisé à rétroagir oralement au fur et à mesure.

Ce dispositif peut favoriser l'acquisition de connaissances langagières, la production de raisonnements, et ainsi contribuer à l'articulation entre activité de visualisation et activité discursive, essentielle dans le domaine de la géométrie.

2.2 Les phases de formulation

Au niveau de la formulation, les actions ne sont plus seulement décrites mais aussi réfléchies en lien avec les conditions de la situation. Apparaît un enjeu de généralisation : « formuler une méthode à partir de ce qu'on a fait afin de pouvoir la réutiliser dans un autre problème. » (Bosch et Perrin-Glorian, 2013, p. 279). Dans le cadre de la reproduction de figures par pliage d'un Pliox nous favorisons le passage à la formulation par l'intermédiaire d'une communication écrite : des binômes d'élèves sont associés deux à deux pour former des groupes de 4 élèves. Dans un premier temps chaque binôme construit une figure modèle. Dans un second temps il rédige un message écrit permettant de reproduire ce modèle et ne contenant pas de dessin. Dans un troisième temps, les messages sont échangés selon le protocole suivant :

- Un premier binôme (les « récepteurs ») réalise la figure demandée dans le message du binôme associé (les « émetteurs »).
- Les « émetteurs » assistent à la lecture de leur écrit et à la réalisation des pliages par les « récepteurs ». Ils peuvent observer comment leur message est interprété mais n'ont pas le droit d'intervenir. Il y a ainsi une rétroaction différée, le message est écrit dans son intégralité avant d'être communiqué, mais les « émetteurs » assistent à toutes les étapes de l'interprétation de leur écrit.
- Quand les « récepteurs » pensent avoir terminé, la figure obtenue est confrontée au modèle. Une discussion s'engage sur les raisons de la réussite ou de l'échec. Si nécessaire les quatre élèves réécrivent ensemble un message plus adapté.

Dans ces phases de formulation le langage peut être amené à évoluer, s'enrichir tant au niveau des termes employés que de la syntaxe. En particulier l'emploi d'un vocabulaire spatial et géométrique précis est

favorisé. Par ailleurs, les rétroactions interviennent de manière différée afin de faire porter le questionnement sur une procédure globale et pas uniquement sur une action isolée.

3 Principales variables didactiques

Dans la communication entre sujets différents, les joueurs peuvent être des élèves, des groupes d'élèves ou l'enseignant. Nous privilégions les situations de communication entre groupes d'élèves qui apparaissent les plus propices au développement de la dialectique de formulation (Petitfour et Barrier, 2019, p. 344 ; Brousseau, 1998, p. 208) : un élève (ou groupe d'élèves) « émetteur(s) » doi(ven)t communiquer à un interlocuteur « récepteur » les consignes nécessaires à la reproduction d'une figure par pliage d'un Pliox. Cette phase est toujours précédée d'une phase d'action au cours de laquelle le(s) élève(s) « émetteur(s) » a(ont) produit la figure considérée. Nous distinguons pour les situations de formulation dans le contexte de la reproduction de figures par pliage d'un Pliox trois grandes catégories de variables didactiques.

Une première catégorie concerne la figure modèle donnée à reproduire. Comme pour les situations d'action, le nombre de plis, leur orientation, le rôle éventuel du verso de la figure influent sur les connaissances en jeu. La figure à reproduire peut être imposée par l'enseignant ou bien laissée libre.

Une deuxième catégorie de variables didactiques porte sur les moyens de communication autorisés. Le message est-il oral ou écrit ? Des contraintes sont-elles données sur le langage à mobiliser ? Les gestes sont-ils autorisés ? Dans le cas d'un message écrit, les dessins sont-ils autorisés ?

La troisième catégorie porte sur les rétroactions apportées par le milieu aux émetteurs. Les rétroactions apportées au message peuvent être immédiates, concomitantes à sa production, différées à la fin de la réalisation du message ou du pliage prescrit.

4 Scénario élaboré

Le scénario que nous présentons est destiné aux classes de fin de cycle 2 (CE2) ou de cycle 3 (CM1-CM2). Il est pensé pour aménager une progression dans les apprentissages à partir d'un jeu sur les variables didactiques. Plus spécifiquement, outre l'alternance entre oral et écrit, nous jouons sur les rétroactions afin de favoriser chez les élèves la prise de conscience des insuffisances éventuelles de leurs messages.

Ce scénario comprend, dans une première étape, une situation d'action qui comporte les phases décrites dans le paragraphe II.1. Suivant le niveau de classe considéré, ces phases peuvent être réparties sur une ou deux séances.

La deuxième étape, qui peut se dérouler sur une séance, consiste en une communication orale par binômes pour favoriser des phases de verbalisation. Quand tous les élèves ont été successivement « émetteurs » et « récepteurs », une mise en commun est organisée durant laquelle un travail sur les formulations orales efficaces est mené collectivement. Ce travail conduit à l'explicitation des critères qui permettent de réussir et à la création d'un répertoire commun de formulations.

Dans une troisième étape, qui comporte une ou deux séances, la communication écrite est abordée, qui permet de réinvestir les connaissances précédemment élaborées et de les structurer. Lorsque tous les élèves ont été tour à tour « émetteurs » et « récepteurs », une synthèse collective clôture cette étape. Cette synthèse peut notamment mettre en évidence la nécessité d'organiser les différentes étapes de la reproduction de la figure, de qualifier les objets en jeu en employant un lexique et une syntaxe adaptés (figure 12).

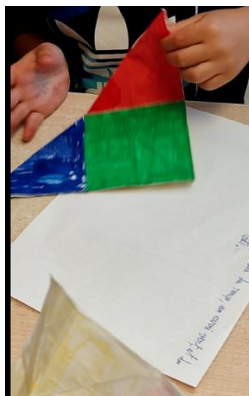


Figure 12. Pliage du Pliox suivant les instructions d'un message (CE2, E. Blanchetier, 2023).

5 Premiers constats

Nous présentons ici les premiers constats issus d'expérimentations menées dans des classes de CE2 et de CM1-CM2.

5.1 Du côté des élèves

Lors de la mise en œuvre de cet ensemble de situations les élèves se retrouvent confrontés à la nécessité d'employer un langage commun et précis. Cela est notamment favorisé par la concomitance entre les formulations produites et les rétroactions reçues. Cette prise de conscience est favorable à l'élaboration d'un répertoire commun de formulations qui porte autant sur la syntaxe que sur le vocabulaire à employer. Être confrontés à leur message et à ses éventuelles insuffisances amène les élèves à porter un regard critique sur leur production ou à argumenter en mobilisant des connaissances géométriques. En particulier, pour produire un message dépourvu d'ambiguïté, les élèves sont amenés à comprendre la nécessité de *qualifier* les objets en jeu. *Qualifier* un objet, c'est indiquer dans sa désignation la nature des relations qu'il entretient avec les autres objets en jeu au moment de cette désignation dont les termes employés relèvent du langage géométrique ou du langage courant. Nous disons qu'un objet est *complètement qualifié* quand sa désignation donne à voir les relations qu'il entretient avec les autres objets du milieu, pour le sujet qui s'exprime au moment de l'énonciation. Nous parlons de qualification *partielle* quand une partie de la relation est implicite ou qu'un terme est manquant : ainsi l'expression « le milieu » permet une qualification partielle d'un élément OD, alors que l'expression « le milieu du segment AB » correspond à une qualification complète.

Ainsi le message⁴ « *On plie sur la diagonale. Il faut qui reste du rouge, un carré vert, et du bleu. On pli le triangle rouge sur le côté* » (figure 13) amène une discussion sur la nécessité de préciser dans la première phrase quelle est la diagonale support du pli.

*On plie sur la diagonale. Il faut qui reste du rouge, un carré vert, et du bleu.
On pli le triangle rouge sur le côté.*

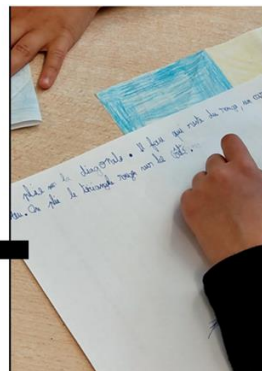


Figure 13. Confrontation d'un message et de la figure produite par les « récepteurs » (CE2, E. Blanchetier, 2023)

⁴ Le message est reproduit tel qu'il a été écrit par l'élève.

5.2 Du côté des enseignants

Les enseignants volontaires ont noté l'intérêt d'introduire une situation de formulation basée sur des échanges oraux *avant* d'introduire la situation de formulation par l'intermédiaire de messages écrits. Ils se sont particulièrement engagés dans une réflexion pour la mise en œuvre de cette communication orale peu habituelle : en effet des énoncés incorrects peuvent permettre la reproduction du modèle si les élèves partagent les mêmes implicites ou connaissances erronées. Ainsi des élèves réussissent la tâche demandée avec des formulations imparfaites que l'enseignant ne peut pas contrôler car il ne peut pas entendre tous les échanges langagiers qui circulent au sein des binômes. Cela peut déstabiliser des enseignants soucieux de ne laisser circuler que des formulations idoines. Concernant le support utilisé, les enseignants ont observé l'intérêt d'avoir un objet sur lequel les actions sont facilement réversibles. La possibilité de plier et déplier le PLIOX très rapidement aide les élèves dans la décomposition des étapes qui conduisent à la production de la figure attendue.

IV - LE DEROULEMENT DE L'ATELIER

L'atelier regroupe 24 participants répartis entre six tables de quatre numérotées de 1 à 6. Il se déroule selon deux grandes parties, chacune consacrée à un type de situation différent : des situations d'action d'abord, puis des situations de formulation. Tout au long de l'atelier, nous constatons une grande implication des participants dans les tâches proposées.

1 Découverte et analyse des situations d'action

Cette partie se déroule en trois étapes.

1.1 Étape 1 : reproduction de figures modèles

Lors d'un premier travail individuel, les participants ont chacun un Pliox à disposition et sont invités à réaliser successivement la reproduction de trois figures modèles (celles qui sont données figure 2) avec la consigne suivante :

À partir du Pliox, identique à celui présenté, vous devez, par pliage uniquement, réaliser une figure identique à celle proposée dans la diapositive suivante.

La première figure modèle (nécessitant un seul pliage) permet la dévolution de la tâche. Les deux suivantes sont suffisamment complexes (plusieurs plis, prise en compte de parties repliées au verso venant se superposer au recto) pour que les problèmes posés soient un peu résistants. À l'issue de ces reproductions, les participants sont d'ailleurs convaincus d'être effectivement placés dans des tâches de résolution de problèmes ! Ces trois étapes favorisent l'appropriation du Pliox comme la prise de conscience de ses potentialités. Nous constatons des comportements variés de la part des participants une fois le Pliox en main ainsi que lors de la première reproduction : certains marquent toutes les lignes de pliage avant de réaliser la première figure (figure 2a), d'autres éprouvent le besoin d'utiliser le verso pour prendre des repères afin de plier correctement. Ces reproductions de figures modèles servent d'expérience aux participants pour alimenter leur réflexion en groupe et la mise en commun collective de la deuxième étape.

1.2 Étape 2 : réflexion sur les situations proposées

Dans cette nouvelle étape, les participants engagent, par groupes de quatre, une réflexion sur les situations de reproduction de figures par pliage d'un Pliox qu'il est possible d'envisager. Cette réflexion prend en compte des éléments de l'analyse *a priori*, comme le montre la consigne :

Dans l'objectif de mettre en place de telles situations dans une classe de CE1 : quels sont les prérequis nécessaires dans une situation de reproduction de figure par pliage du Pliox ? Sur quelles variables peut-on envisager de jouer ? Quelles sont les connaissances en jeu ?

Les éléments d'analyse dégagés sont écrits sur feuille A4. On trouvera en annexe 1 les analyses réalisées. Les propositions des groupes se regroupent et se complètent dans les trois catégories : prérequis, variables didactiques et connaissances en jeu. Les prérequis explicités se répartissent en six classes : ceux liés à la motricité fine (« plier une feuille bord à bord », « marquer un pli sans déchirer le Pliox »), ceux en lien avec une vision spatiale (« décomposer le modèle en sous-figures », « reconnaître et nommer des formes géométriques »), des compétences cognitives (inhibition, flexibilité du regard, planification, anticipation et comparaison), des compétences comportementales (« oser s'engager dans une procédure au risque de faire des erreurs », « persévérer dans la tâche », « vérifier son résultat »), des compétences linguistiques (vocabulaire lié aux pliages, milieu, diagonale, sommet, etc.). Il est apparu également des compétences mathématiques, signalées comme non obligatoires mais pouvant être une aide à la pensée pour anticiper et formuler des phrases. Les variables didactiques relevées par les groupes concernent essentiellement la nature des plis, leur nombre nécessaire ou imposé pour réaliser la figure modèle, mais également les liens entre le Pliox et la figure modèle (présence des carrés de départ, de rectangles ou triangles rectangles issus du carré principal ou des carrés secondaires, possibilité ou non de tracer le modèle sur le Pliox) ainsi que sur des modalités organisationnelles et matérielles. Enfin les participants identifient une grande partie des connaissances géométriques et spatiales décrites dans l'analyse *a priori* de la partie II, mais aussi la capacité de l'élève à passer d'une vision 2D à une vision 1D, voire 0D et celle d'utiliser une chronologie pour décrire les étapes d'une réalisation.

1.3 Étape 3 : discussion

Un temps collectif de discussion est ensuite aménagé. Il donne lieu à des discussions très riches avec une forte implication des participants.

Plusieurs propositions de groupes concernant les prérequis sont renvoyées au collectif pour être débattues. Les participants concluent que les seuls prérequis nécessaires sont liés à l'identification des couleurs et la mobilisation d'une motricité fine pour plier bord sur bord et marquer des plis sans déchirer le Pliox. Citons pour exemple, un extrait des échanges concernant les compétences visuo-spatiales dont un groupe interroge la nécessité en tant que prérequis :

Participant 1 : *Compétences visuo-spatiales, faire des aller retours entre une vision de superposition et une juxtaposition. Est-ce que cela peut s'apprendre avec le Pliox ou est-ce que ce doit être des prérequis maîtrisés par les élèves pour réussir à réaliser les tâches de pliage du Pliox ?*

Animateur (renvoie la question au groupe) : *Est-ce qu'il faut savoir superposer et juxtaposer les formes avant de réaliser les tâches du Pliox ? (...)*

Participant 2 : *On s'est posé la même question et on a conclu qu'à part savoir plier bord à bord ou sommet à sommet, il n'y a besoin de rien d'autre.*

Plusieurs participants proposent des connaissances lexicales comme prérequis : vocabulaire géométrique, vocabulaire permettant de qualifier les plis et les actions. Ceci fournit l'occasion de faire émerger que ce lexique ne constitue pas un prérequis mais qu'il apparaît comme un besoin dans les situations de formulation.

La planification est également proposée par plusieurs groupes, mais la réflexion collective permet de l'écartier pour les situations d'action :

Participant 3 : *On n'est pas sûr d'avoir tout le temps planifié. On faisait des essais et on regardait ce que ça donnait.*

Animateur: *est-ce qu'on est obligé d'anticiper les résultats?*

Participant 4 : *Non, on peut faire, puis confronter au modèle.*

Participant 5 : *Oui et après on ajuste.*

Les échanges portent ensuite sur les variables didactiques liées aux plis (nature et nombre imposé, plis déjà existants ou nouveaux plis nécessaires pour réaliser une figure modèle), ainsi que sur la mise à disposition du modèle et sa présentation (image projetée ou figure positionnée au tableau). Il est souligné

que l’affichage au tableau de la figure modèle effectivement réalisée permet une première prise d’indices et une comparaison avec un modèle à la même échelle que le Pliox utilisé. Un participant questionne alors le groupe entier :

Est-ce que le modèle peut se dessiner directement sur le Pliox (pour aider à identifier et ordonner les pliages à effectuer) ou est-ce que ce n’est pas possible ? Les figures 2a et 2b peuvent se dessiner sur le Pliox, au contraire de la figure 2c ou encore pouvoir découper directement sur le Pliox.

La discussion amène à prendre conscience que si le dessin des plis peut aider à bien à identifier les pliages, en revanche pour les figures 2b et 2c, il est impossible de tracer la figure modèle sur le Pliox. Ainsi, par exemple, le marquage des plis sur le Pliox fait apparaître les deux triangles rouge et vert accolés par un côté (figure 14a), mais ce sont les deux autres triangles rouge et vert qui apparaissent sur la figure modèle (figure 14b).

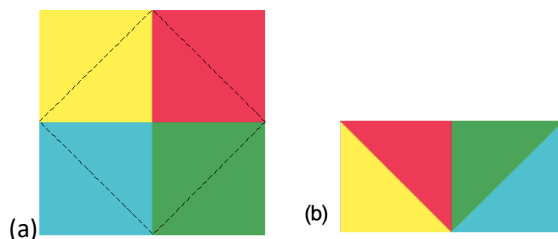


Figure 14. Traçage sur le Pliox des plis nécessaires (a) pour réaliser la figure (b)

Un participant fait le lien avec la conférence de Nadine Grapin et Nathalie Sayac (dans ces actes), en proposant de mener la même activité sans l’identifier dans le domaine des mathématiques mais dans celui des arts plastiques. Ainsi, ce nouveau contexte de présentation de la tâche pourrait lutter contre une menace de stéréotype de genre qui parfois s’érige en obstacles car la tâche mathématique de géométrie est parfois réputée plus difficile pour les filles que pour les garçons.

Ce temps collectif d’échange se termine par la mise en exergue de plusieurs intérêts relatifs à la reproduction de figures par pliage du Pliox :

- l’élève n’a pas besoin de savoir manipuler les instruments de géométrie ;
- peu de prérequis sont nécessaires (motricité fine et reconnaissance des couleurs) ;
- la facilité de plier et déplier le Pliox pour reprendre la tâche demandée offre la possibilité d’effectuer aisément plusieurs essais : en effet même si la démarche de se rendre compte d’une erreur et de tout déplier pour recommencer est difficile pour certains élèves, elle n’en reste pas moins beaucoup plus facile, voire tout simplement faisable, au contraire d’un tracé réalisé au crayon sur un papier.

Cette troisième étape se conclut par des informations complémentaires apportées par les animateurs de l’atelier, et qui prennent appui sur les éléments d’analyse *a priori* (présentés en partie II).

2 Découverte et analyse des situations de formulation

Cette deuxième partie de l’atelier s’organise selon cinq étapes (récapitulées figure 15) et que nous détaillons dans ce qui suit.

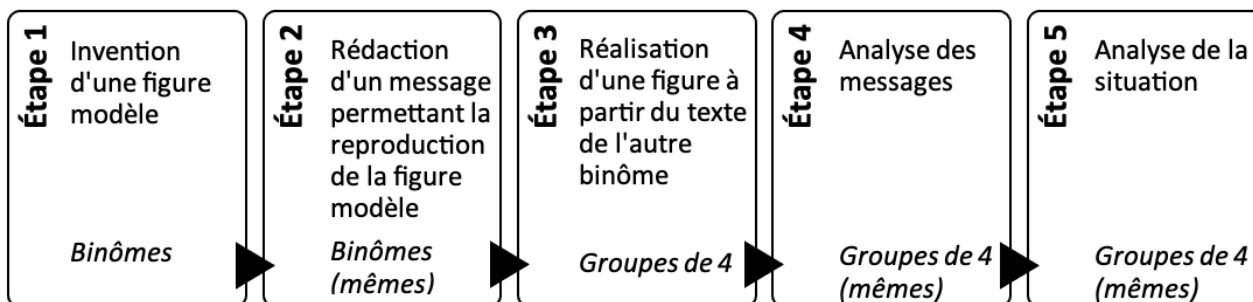


Figure 15. Déroulement de la deuxième partie de l’atelier

Dans la première les participants sont regroupés en binômes (il y a donc deux binômes désignés par B^n1 et B^n2 pour chaque table n , $1 \leq n \leq 6$) (voir figure 16a). Ils doivent réaliser, en deux minutes, une figure modèle à partir d'un Pliox. Aucune autre information ne leur est transmise sur la suite de cette deuxième partie d'atelier. Ils ne savent donc pas ce qu'on va leur demander de faire de la figure qu'ils ont à réaliser.

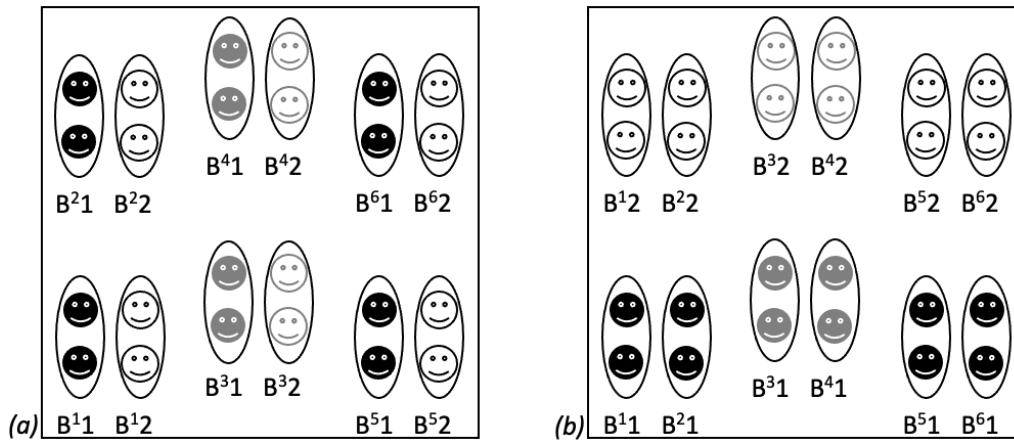


Figure 16. Répartition des binômes dans la salle : (a) durant les étapes 1 et 2 ; (b) durant l'étape 3

Dans la deuxième étape, les mêmes binômes doivent rédiger un message à l'intention d'un autre binôme afin que celui-ci puisse réaliser une figure identique à leur figure modèle. Il est précisé que le message ne doit pas comporter de dessin. Le message est rédigé sur une demi-feuille A4 prévue à cet effet (figure 17).

Atelier PLIOX - 50^e colloque COPIRELEM - Bonneuil-sur-Marne - Mardi 04 juin 2024

Prénoms binôme 1 : et

MESSAGE À RÉDIGER

Figure 17. Feuille message (demi-feuille A4)

À l'issue de ce travail, la figure est glissée dans un cache de couleur⁵. On trouvera en annexe 2 toutes les figures modèles réalisées par les participants et les messages associés.

Pour la troisième étape, la moitié des binômes changent de table afin de respecter la confidentialité des messages. Les binômes suivants sont ainsi respectivement assis dans un même îlot : B^11 et B^21 , B^12 et B^22 , B^31 et B^41 , B^32 et B^42 , B^51 et B^61 , B^52 et B^62 (voir figure 13b). La consigne suivante est alors donnée :

Chaque binôme à son tour réalise la figure décrite dans le message écrit par le binôme associé. Le binôme associé observe cette réalisation sans faire de commentaire. Il peut prendre des notes mais pas parler. Quand la réalisation est terminée, la figure produite est confrontée au modèle.

Dans une quatrième étape, les deux binômes associés se concertent pour analyser les messages rédigés et les améliorer si nécessaire (avec si possible une autre couleur de stylo). Nous enregistrons par ailleurs

⁵ Les caches de couleur sont des feuilles A4 pliées en deux et scotchées.

les discussions dans les quadrinômes. Nous constatons ainsi la richesse des discussions dans les groupes. Elles portent tout d'abord sur des questions langagières : mises au point concernant le vocabulaire non géométrique à utiliser – plier « en avant » ou « en arrière » (message du binôme B⁶1 par exemple), « pli montagne » (messages des binômes B¹2 et B²1 notamment), « pli vallée » (messages du binôme B²2) – ainsi que sur les différentes manières de caractériser les médianes – « grande » médiane, « petite » médiane, médiane du carré vert et du carré jaune, médiane primaire (du grand carré) ou secondaire (d'un petit carré). Dans certaines discussions, les participants s'interrogent aussi sur la possibilité ou non d'avoir plusieurs solutions pour une consigne donnée, en particulier pour les consignes qui concernent des diagonales, bien que dans la plupart des cas, le pliage ne peut se réaliser que sur l'une des diagonales (il n'y a donc pas forcément besoin de les caractériser précisément). Voici, pour illustrer certains de ces points, un exemple de discussion qui a eu lieu dans le quadrinôme B¹1-B²1 :

- *On a deux grandes diagonales et quatre petites, et de dire « plier selon les 4 petites diagonales de façon »/*
- *C'est quoi les quatre petites diagonales ?*
- *Deux grandes diagonales et quatre petites [nous imaginons que le participant les montre]*
- *Ah oui !*
- *Plier les quatre petites diagonales de façon à ramener les couleurs sur le côté blanc. Ça devrait suffire.*
- *Et bien moi j'ai eu besoin de la diagonale qui passe par le centre. La petite et grande diagonale, j'aurais eu du mal à les voir. J'ai compris l'explication avec la diagonale qui ne passe pas par le centre. La petite diagonale, elle n'est pas facile à voir.*
- *Au bout d'un moment comme on a des carrés secondaires, on pourra avoir des diagonales secondaires qui sont les diagonales des petits carrés, qui ne sont pas les diagonales principales.*

Il est à noter que lors de ces discussions la plupart des groupes effectuent des vérifications d'une ou de plusieurs étapes en relisant le message et en reconstruisant la figure.

La cinquième étape est consacrée à une réflexion dans les mêmes groupes de quatre avec la consigne suivante :

Quelles potentialités identifiez-vous pour ce type de situation ? Quels points de vigilance envisagez-vous ?

Elle est suivie d'une discussion collective. Un participant souligne que le dispositif est différent des dispositifs proposés d'habitude dans les situations de communication, car les émetteurs sont incités à observer les récepteurs en train de décoder, alors que lors de cette étape, les binômes émetteurs n'observent généralement pas le décodage du message qu'ils ont écrit. Cela permet un retour de message direct pour les émetteurs et un retour réflexif sur l'écrit produit. En revanche cette modalité ne permet pas à l'enseignant d'entendre ce qui se passe dans les groupes : il ne peut donc pas intervenir à chaud si le vocabulaire utilisé n'est pas adéquat – il peut néanmoins revenir par la suite sur ces écrits puisqu'il dispose des messages rédigés.

Ce type de situation possède une autre particularité, celle de conjuguer l'emploi de termes géométriques et celui de termes spatiaux. En effet il est très difficile d'employer uniquement du vocabulaire géométrique : les binômes qui ont tenté de le faire ont obtenus un message très (trop) complexe. On sort alors du cadre de la géométrie standard avec un langage standard (comme dans les programmes de construction habituels). Plusieurs points sont abordés à ce propos. D'une part, certains participants s'interrogent sur la question de la validation des messages. Pour d'autres, l'intervention du langage spatial peut amener l'élève à aller plus loin dans ce qu'il voit de la figure, et par suite d'aller plus loin dans les raisonnements. Un participant pense même que :

C'est une vraie situation de maths, qui fait travailler une situation neuve et dans laquelle y compris les mots pour le dire et le langage qu'on doit employer est neuf et doit être inventé (du fait de ce mélange entre spatial et géométrique). Ici on est vraiment mis dans la position du chercheur en maths, qui n'est pas face à une situation scolaire, mais qui doit inventer en même temps ses gestes et le type de langage qui permet d'en parler.

D'autres encore font remarquer que cette situation oblige les élèves à se mettre d'accord sur le vocabulaire afin de parler la même langue. En conséquence, le vocabulaire se met en place par et dans l'action.

L'une des difficultés de ce type de situation pour l'enseignant réside dans l'acceptation de l'emploi d'un vocabulaire non strictement géométrique au profit d'un langage le plus « efficace » possible pour obtenir la réalisation d'une figure donnée. Il a ainsi été remarqué que l'utilisation d'un vocabulaire imprécis peut en réalité conduire à la réalisation de la bonne figure, et que les récepteurs, en particulier les élèves les plus en difficulté, risquent de ne pas être aussi exigeants que l'enseignant. Le dispositif (retour en groupe de quatre sur le message) incite cependant les élèves à identifier seulement ce qui est nécessaire à la réalisation de la figure.

Enfin, les participants observent qu'il est possible d'avoir des messages qui disent la même chose mais de façon complètement différente.

V - CONCLUSION

Dans cet atelier nous avons fait vivre aux participants puis analyser, les différentes étapes d'un scénario didactique portant sur la reproduction de figures à l'école élémentaire. Les retours des participants ont confirmé l'intérêt de ce scénario ainsi que son potentiel en termes d'apprentissages des élèves. En particulier, la possibilité de faire et défaire rapidement les pliages sur le Pliox apparaît comme un réel atout de cet artefact pour engager les élèves dans les tâches de reproduction et de formulation, comme pour assurer une rétroaction du milieu effective et immédiate. Elle offre également, pour la situation de formulation, la possibilité aux « émetteurs » d'observer les « récepteurs » en train de décoder. Cette modalité, peu usuelle, nous semble favoriser un regard réflexif des élèves sur leur production. Cependant, comme la mise en œuvre du scénario a permis de le révéler, l'enseignant doit accompagner le passage de la manipulation à l'explicitation de connaissances, et notamment prendre en compte les interactions entre connaissances spatiales et géométriques.

Prenant en compte les différents retours des participants ainsi que leurs analyses, le travail de l'équipe se poursuit maintenant par l'écriture d'une ressource à destination des enseignants. Par ailleurs, une deuxième piste de travail concerne la mise au point de pistes d'adaptations à destination de différents publics, et notamment des élèves déficients visuels.

VI - BIBLIOGRAPHIE

- Berthelot, R. et Salin, M-H. (1999-2000). L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N*, 65, 37-59.
- Blanquart, S. 2020. Raisonnements géométriques d'élèves de cycle 3, duos de situations, rôle de l'enseignant. (Thèse de doctorat). Paris : Université de Paris.
- Blanquart, S. (2023). Activité mathématique des élèves et construction des apprentissages en géométrie plane. *Revue québécoise de didactique des mathématiques, numéro thématique 1(2)*, 5-37.
- Blanquart, S., Guille-Biel Winder, C. et Petitfour, E. (2014). Knowledge and reasoning in circulation during a situation of figures reproduction by folding. Dans F. Emprin (dir.), *The 26th ICMI study: Advances in geometry education*.
- Bosch, M. et Perrin-Glorian, M. J. (2013). Le langage dans les situations et les institutions. *Actes de la 16^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp.267-302). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2012). Des dispositifs Piagétien aux situations didactiques. *Éducation et didactique*, 6(2), 103-129.
- Brousseau G. (2001). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. Dans *Actes du séminaire de Didactique des Mathématiques, Rethymon 2000* (p. 67-83). Grèce : Université de Crète.

Duval, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 1, 57-74.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berne : Peter Lang.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.

Duval, R. et Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.

Duval, R., Godin, M. et Perrin-Glorian, M-J. (2005). Reproduction de figures à l'école élémentaire. Dans C. Castela et C. Houdement (dir.), *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2004* (p. 5-89). Paris : Irem de Paris 7.

Guille-Biel Winder, C. (2014a). Étude d'une situation de reproduction de figures par pliage en cycle 2 : le PLIOX. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 19, 103-128.

Guille-Biel Winder, C. (2014b). Une situation de reproduction de figures au cycle 2 : mises en œuvre et analyses Dans S. Coppé (dir.), *Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspectives*, Actes du 40^e colloque COPIRELEM (p. 1-15). IREM de Nantes.

Guille-Biel Winder, C. (2021). Impact du langage de l'enseignant sur les relations entre les élèves et le milieu dans une situation d'action en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 41(1), 55-96.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2000). Formation des maîtres et paradigmes géométriques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20(1) 89-116.

Mathé, A.-C. (2009). Confrontation aux objets et processus de conceptualisation en géométrie à la fin de l'école primaire, rôle des interactions langagières. *Efficacité et équité en éducation*, Nov 2008, France. hal-00421810.

Petitfour, É. (2017). Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude de difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 37(2/3), 247-288.

Petitfour, É. et Barrier, T. (2019). D'un cadre d'analyse de l'action instrumentée en géométrie à l'élaboration d'un dispositif de travail en dyade au cycle 3. *Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp.329-349). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Salin, M.-H. (2008). Du CM2 à la sixième : quelques pistes pour une transition plus efficace (2^{ème} partie). *PLOT*, 14, 2-9.

Groupe 5

Groupe 6

PREREQUIS

Vocab - moitié, bord à bord, carré, rectangle
- couleurs

Variables - Nombre de pli [définir ou pas ? par l'enseignant]
- Difficulté de pliage [Recto / Verso]
- Avec modèle / Langage

Connaissances - Vocab math
- Carré, côté, milieu, diagonale (?)
- 1 carré → 2 rectangles
→ 2 triangles
- Notion d'~~égalité~~ aires (comparaison de surface).

Pré requis

- Motricité fine - pliage.
- ou s'engager dans un processus, recommencer
- Véhiculer l'effet des plis



Variables


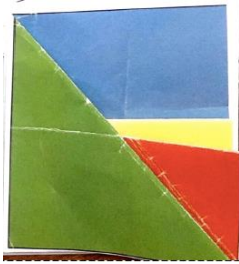

- Nb plis à réaliser pour obtenir la figure attendue
- communication : échanger sa stratégie à un camarade
- /
- type de pli
- modèle officiel ou perso. ⇒ valables de multiples.




Connaissances en jeu

- Langage de la géométrie - nommer les figures.
- se approprier sans être figé.
- Les déconstructions :
- L'algorithme chronologique / inverse.

ANNEXE 2 – FIGURES MODELES REALISEES ET MESSAGES REDIGES PAR LES BINOMES

B11		<p>Placez le carré jaune en haut à gauche.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Plier les carrés bleu et vert selon leurs médianes horizontales (pli montagne) : on obtient deux rectangles bleu et vert. - Plier le carré jaune selon la diagonale qui relie un sommet du rectangle bleu et un sommet du carré orange (pli montagne). - Idem avec le carré orange selon la diagonale qui relie un sommet du rectangle vert à un sommet du carré jaune. - Plier selon le segment qui relie le milieu de l'hypoténuse du triangle rectangle orange et le milieu de la longueur du rectangle vert (pli vallée). - Idem avec le triangle rectangle jaune et le rectangle bleu...
B21		<p>- PLIER EN MONTAGNE SUIVANT LA DIAGONALE COMMUNE AUX CARRÉS BLEU ET ORANGE AFIN DE LAISSER APPARENT LE CARRÉ JAUNE.</p>

		<p>-PLIER ALORS EN MONTAGNE SUIVANT LA DIAGONALE DU CARRÉ JAUNE AYANT POUR EXTRÉMITÉS DES SOMMETS DES TRIANGLES (BLEU ET ORANGE)</p>
<p>B¹²</p>		<p>PLIER LES CARRÉS JAUNE ET ORANGE SUIVANT LES DIAGONALES (PLIS MONTAGNE). PLIER LE RECTANGLE CONSTITUÉ DES CARRÉS BLEU ET VERT SUIVANT LA « GRANDE » MÉDIANE. (PLI MONTAGNE) REPLIER LA PARTIE BLEU/VERT DERRIÈRE LA PARTIE JAUNE/ORANGE. REPLIER VERT L'ARRIÈRE L'ANGLE DROIT « JAUNE-ORANGE ». REPLIER VERS L'AVANT LES PETITS TRIANGLES RECTANGLES ISOCÈLES VERT ET BLEU. RETOURNE L'OBJET. TU AS GAGNÉ !</p>
<p>B²²</p>		<p>Message 1 : <i>plier en "vallée" selon le signal commun aux figures vertes/roges et</i> <i>suyoner le rectangle au rectangle</i> <i>Redonne la partie rouge sur la partie jaune</i> <i>en pli vallée</i></p> <p>Message 2 : <i>- figure initiale couleur face à vers.</i></p> <p><i>le pli en montagne</i> <i>un pli selon la médiane relative aux petits côtés du rectangle formé par les carrés rouges et jaunes</i> <i>le pli</i></p> <p><i>Realiser un pli en montagne</i> <i>- plier sur la diagonale du carré (est) de cette manière à redonne le sommet du gd carré de haut (commun à notre carré est) derrière</i></p> <p><i>- Plier à nouveau "en vallée" selon les dtc que repère les figures rouges et jaunes des fig vertes et bleues</i></p>
<p>B³¹</p>		<p>ON DÉFINIT L'ARRIÈRE DU PLIOX COMME LE CÔTÉ BLANC.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- PLIE CHAQUE CARRÉ SECONDAIRE SELON UNE DIAGONALE EN AMENANT LE SOMMET À L'ARRIÈRE DU PLIOX. 2- TOURNER L'OBJET DE FAÇON À CE QUE LE TRIANGLE JAUNE SOIT SITUÉ EN HAUT. 3- MÊME MANIPULATION QUE L'ÉTAPE 1 MAIS UNIQUEMENT POUR LA PARTIE HAUTE DE L'OBJET (2 CARRÉS « JAUNE ET BLEU » ET « JAUNE ET ROUGE »). ON OBTIENT UN OBJET FORMÉ D'UN TRIANGLE DANS SA PARTIE HAUTE ET UN RECTANGLE DANS SA PARTIE BASSE.

		<p>4- PLIER LE RECTANGLE VERS SOI DE MANIÈRE À LE RAMENER SUR LE RECTANGLE. ON OBTIENT UN PETIT RECTANGLE QUADRICOLORE.</p>
<p>B⁴¹</p>		<p>ON APPELLE CARRÉ DE COULEUR LES CARRÉS D'UNE SEULE COULEUR QUI FONT LE QUART DU GRAND CARRÉ. PLIER CHAQUE CARRÉ DE COULEUR SELON CELLE DE SES DIAGONALES QUI NE PASSE PAS PAR LE CENTRE DU PLOIX, DE FAÇON À GARDER TOUTES LES COULEURS VISIBLES. PLACER LA FIGURE DE FAÇON À VOIR L'ORDRE BLEU, JAUNE, ROUGE, VERT DANS LE SENS DES AIGUILLES D'UNE MONTRE. PLACER LES 2 SOMMETS EXTÉRIEURS DU TRIANGLE BLEU SUR LE CENTRE DU CARRÉ QU'ON REGARDE. TU AS OBTENU UN PENTAGONE SYMÉTRIQUE À 4 COULEURS, QUI EST NOTRE FIGURE.</p>
<p>B³²</p>		<p>- On se positionne face à la face colorée du modèle. - Plier chacun des 4 carrés de couleur sur selon sa diagonale vers l'arrière des 4 sommets du grand carré se rejoignent donc au centre grand carré blanc (les pliages sont à l'arrière) - en tenant le modèle face à soi, avec le triangle rouge vers le bas, rabattre le triangle bleu sur le triangle rouge - on obtient un rectangle composé de deux triangles vert et jaune et un grand triangle bleu. - plier ce rectangle selon la hauteur du triangle bleu. en son milieu vers vers l'intérieur - on obtient un carré composé d'un triangle rouge et d'un triangle vert</p>
<p>B⁴² Verso :</p>		<p>- Prendre le pliox sur la face blanche. - Plier le carré bleu selon la diagonale pour obtenir un triangle bleu sur fond blanc - Refaire la même chose avec le carré orange. - la figure obtenue est un hexagone composé de 2 carrés blancs et un triangle bleu et un triangle orange - superposer le triangle bleu sur le orange côté carrés blancs. - Prendre le pliox de façon à voir le triangle orange. - Replier sur le dessus le triangle jaune selon le côté commun avec le orange - Idem avec le triangle vert sur le dessous.</p>

<p>B⁵¹</p>		<p>1) Couleur face à soi, plier plier chaque sur sommet au centre du pli, face blanche contre face blanche (pli montagne) - en creux</p> <p>2) Replier Replier le sommet rouge/jaune vers le l'arrière centre en pli (montagne)</p> <p>3) Replier Superposer le sommet jaune-bleu sur le sommet bleu-vert (pli vallée) vers l'avant</p> <p>Bravo !!</p>
<p>B⁶¹</p>		<p>① Plier les carrés jaunes et rouge au niveau de la leur médiane vers l'arrière.</p> <p>② Plier le carré vert au niveau de la diagonale vers l'arrière.</p> <p>③ Plier le carré bleu la figure suivant la diagonale du carré bleu et du carré rouge</p>
<p>B⁵²</p>		<p>- Plier selon la diagonale qui traverse le carré rouge et le carré bleu</p> <p>- Positionner le triangle rouge à gauche et le triangle bleu (en bas) à droite. Non Necessaire</p> <p>- Replier le triangle bleu sur le vert sur le côté commun au triangle bleu et le carré vert.</p> <p>- Bien valider: un triangle Rouge, un triangle vert et un triangle bleu sont-ils visibles</p>
<p>B⁶²</p>		<p>Plier la carré la médiane commune aux carrés bleus et verts. on obtient 1 rectangle bleu et vert.</p> <p>Plier le carré jaune sur la diagonale qui va du carré bleu vers le carré rouge, en rabattant <u>sur la partie blanche</u></p> <p>Plier sur le côté commun carré jaune, carré rouge, et sur rectangle bleu. rectangle vert</p> <p>NON FINI!</p>