

CERCLE INTERIEUR EXTERIEUR

Introduction

Notre sujet consiste à imaginer une bille de billard au centre de cercle. Nous étudierons deux types de billards:

- Le billard intérieur →
- Le billard extérieur →

Nous nous posons dans les questions suivantes:

- La bille va-t-elle suivre une orbite périodique, c'est-à-dire revenir au point de départ? Et combien de tours?

Problématique: Qui est-ce qui caractérise les orbites périodiques dans les deux situations? Existe-t-il un lien entre les deux billards?

II Différents types d'orbites possibles dans un billard extérieur

III Le lien entre les deux billards

I Billard intérieur: a)

cas particuliers: carré/triangle/pentagone

(cas: orbite périodique)

(cas: orbite non périodique)

$\alpha = 2 \times \beta$ $\beta = 60$

$\alpha = 2 \times 60$

$\alpha = 120$

b) Si le nombre de tour est un diviseur du nombre de rebond alors c'est un cas de π sur 2π sinon c'est un cas non de π sur 2π .

3 rebonds: 1 tour

4 rebonds: 1 tour

5 rebonds: 1 tour

3 tours

4 tours

5 tours

$360 \times (\text{nb de tour}) = \alpha$

(nb de rebond)

I. men, Rodan, Fatihaoui, Barau.

IV Conclusion

- Afin que les orbites soit périodique, il faut que α soit rationnel.
- Afin d'obtenir le nombre de rebond voulu, il faut que nombre de tour de cercle par période (soit) les soit-puis diviseur du nombre de rebond.
- On a montré qu'il existe un doublet entre le billard et le billard extérieur.





CARRÉ ORBITE PÉRIODIQUE

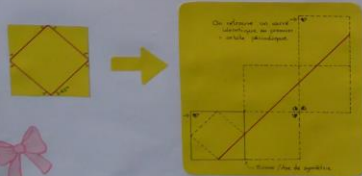
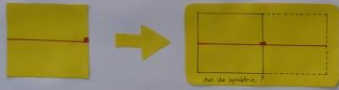


Intro / Problématique :
 On se trouve dans ce qui est appelé en mathématique un billard. On lance la bille à partir d'un point sur le bord, avec un certain nombre et...
 La bille possède une vitesse constante. Elle ne s'arrête jamais. On cherche alors à savoir pour quels angles de la bille sa trajectoire est-elle dite "orbitale périodique" ?

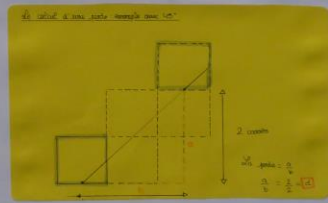


I. DE L'ORBITE À LA PENTE

Après plusieurs essais, on a trouvé un moyen plus simple de déterminer une trajectoire périodique : le dépliage.



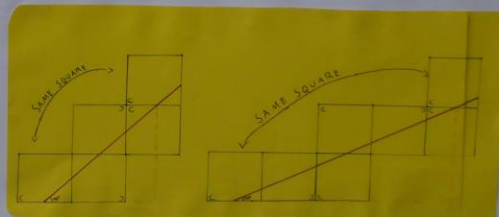
II. DE LA PENTE À L'ORBITE



1 rebondissement de la trajectoire.
 Lorsque une bille se rebondit à un angle non perpendiculaire à la paroi, elle est rebondissante sur un angle qui est son opposé.

On rebondit la bille de droite en droite, en utilisant un programme de la table.

III. PREDIRE LES REBONDS



pour $\alpha = \frac{1}{4}$
 $n = 4$
 le nombre de rebonds est $n-1 = 3$

pour $\alpha = \frac{2}{3}$
 $n = 3$
 le nombre de rebonds est $n-1 = 2$

Présentation des activités
 Hana, Hana, Louisa, Yan

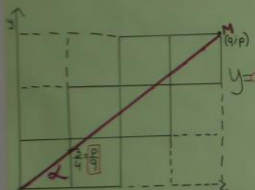
BILLARD-FORMES.

PB Situation de Billards partir d'un coin et arriver dans un coin

- ↳ Pente rationnel \Rightarrow arrive dans un coin.
- ↳ Si Pente Irrationnel \Rightarrow Carré découpé en différentes figures géométriques.
 - ↳ Combien de cubes et de formes \neq ?

PENTE

Remarque :
 Rationalité Irrationalité
 $y = \alpha x$
 α Irrationnel
 But : ARRIVER dans un coin
 Soit : y et x entiers



α rationnel
 $\alpha \in \mathbb{Q}$ entier \Rightarrow ABSURDÉ

$M \in \mathbb{Z}(\alpha)$
 Soit les coordonnées de Mentieres
 Pente \neq Irrationnelle
 \Rightarrow permet pas d'ARRIVER dans un coin

FORME

Remarque:
 $\frac{1}{4}$
 $n+1$: nombre de figures
 $n-1$: nombre de figures
 $dt = \frac{1}{n}$
 Exemple:
 $n = 8$
 $8+1 = 9$ figures
 $8-1 = 7$ figures $dt = \frac{1}{8}$


Kamel Sandy
 THUON Lou
 DAHALANY Inès



Cercle-Longueur

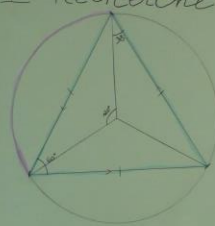
Problématique

On cherche toutes les longueurs possibles entre 2 points situés sur un cercle. On a des points situés sur le cercle, on veut les joindre les uns aux autres.



1^{ère} Recherche

On a un intervalle sur lequel on veut placer 3 points. On veut connaître les longueurs possibles entre les points.

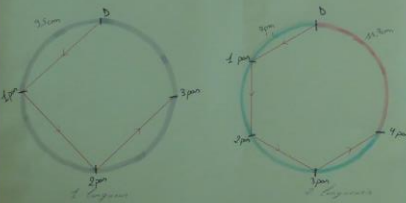


$2 \times 0.5 = 1$
 $1.5 \times 0.5 = 0.75$
 $0.5 \times 0.5 = 0.25$

$3 \times \cos(30^\circ) = 1.5$
 $1.5 \times 0.5 = 0.75$
 $0.75 \times 0.5 = 0.375$

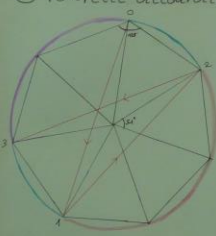
2^{ème} Recherche

On cherche la plus grande longueur possible.



Nouvelle découverte

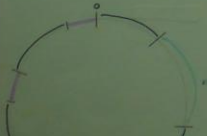
On veut connaître les longueurs possibles entre 3 points situés sur un cercle.



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$
 $\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4}$
 $\frac{9}{4} \times 3 = \frac{27}{4}$

$\frac{27}{4} = 6.75$
 $6.75 \times 3 = 20.25$


Il y a un seul intervalle possible. Il est de longueur 1.5.



Un intervalle: un intervalle tel que si on fait un cercle de ce rayon, on se trouve toujours sur le cercle.

RATIONNEL

• Pente d'équation $y = \frac{a}{b}x$, a et b deux entiers.

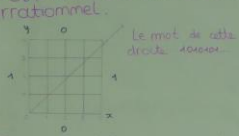


• On cherche x et y, 2 entiers vérifiant $y = \frac{a}{b}x$
 ↳ On trouve $z = a$
 $x = b$

Conclusion:
 Toute pente rationnelle donne un mot fini.

IRRATIONNEL

• Si le mot est fini et α est irrationnel.



Le mot de cette droite est infini.

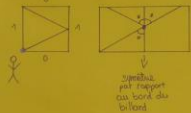
Puisque mot fini \Rightarrow coin \Rightarrow x et y entiers
 $\alpha = \frac{y}{x}$ rationnel \rightarrow contradiction
 ↳ $\alpha =$ pente fonction linéaire
 $b \cdot y = \alpha x =$ équation fonction linéaire

CARRE CODAGE

Problématique

Étude des propriétés des mots obtenus


- Billard \rightarrow côtés verticaux $\rightarrow 1$
 \rightarrow côtés horizontaux $\rightarrow 0$
- Rebord \rightarrow une lettre du mot
 \rightarrow si la boule touche un coin, le mot se finit
- Personnage \rightarrow commence à jouer dans un des coins du billard



Le rebord peut rayer ou sortir du billard.

PALINDROME

• PALINDROME $\frac{a}{b} \rightarrow f(\frac{b}{a})$



$f(x) = \frac{a}{b}x$

$\rightarrow f(\frac{b}{a} + x) - f(\frac{b}{a})$
 $= f(\frac{b}{a}) - f(\frac{b}{a} - x)$

REMARQUE

$\alpha = 16$ La boule touche d'abord le 1 sur 24 (c'est-à-dire) soit $\frac{16}{24} = 0,625$

$\alpha = 9$ La boule touche d'abord le 0 sur 24 (c'est-à-dire) soit $\frac{9}{24} = 0,375$

Le nombre de 0 semble valoir $a-1$
 Le nombre de 1 semble valoir $b-1$

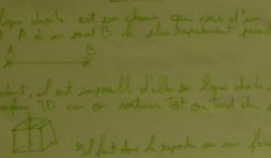
$\frac{\text{nbr de 0}}{\text{nbr de 1}} = \frac{a}{b}$

Gnanien Gabriel - SAVICKAS MATIS
 MANOLINO Emmanuel


Qu'est-ce qu'une ligne droite ?

Une ligne droite est un chemin qui va d'un point A à un point B de la manière la plus courte.

Exemple, il est impossible d'être sur une ligne droite sans être sur un segment.



Le chemin qui a le moins de déviations pour aller d'un point A à un point B est une ligne droite ou le segment.



"Le Coureur Suisse"

Le palladium est le sommet.
 Le coureur part d'un sommet et doit revenir au même sommet en ligne droite sans passer par un autre sommet.

Est-ce ce qui est possible ?


On veut le rectangle d'espacement qui va de droite à gauche et qui a pour mesure la distance entre le 4 et 5 et est sur la diagonale allant de gauche à droite qui passe par 4 et par 5 de même norme que \vec{v} .

Pour aller du sommet 7 au sommet 4 de déplacement est $\vec{v} = (-3, 2)$ qui peut passer à gauche par 4 et y faire par 5 sans en avoir besoin. Δ n'est pas possible.

Car le milieu de la droite (4, 5) a pour coordonnées $(\frac{4+5}{2}, \frac{2+2}{2}) = (\frac{9}{2}, 2) = (4,5)$ et Δ n'est pas de cette

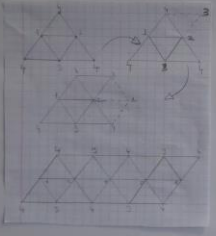
Nous pouvons dire que celle qui nous intéresse est celle qui est un carré de pas par la même norme.

Nous nous sommes intéressés à 5 pas de déplacement. Il y a 12 carrés de pas de norme 5. Pour cela, nous allons chercher les solutions entières pour le nombre de pas. Il y a 12 carrés de pas de norme 5. Les figures sont symétriques par rapport au centre des segments.

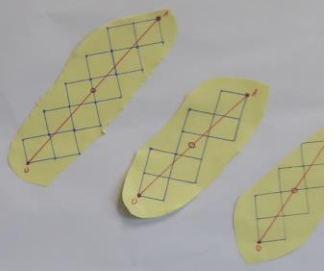


Une seconde notre problème nous avons cherché tous les de seconde à partir d'un triangle et de ce côté.

Le point, l'ensemble de lignes passant par le point est complexe car son point et même technique est son tel que la chose se passe.



Les points et connexions sont obtenus par des méduses dans ce problème. Nous voyons donc que le droit passe par le lieu de ce sommet qui est le milieu du segment.



Cette symétrie est connue tout le temps.

Donc la symétrie des points de départ donne 5 pas de déplacement. On connait le point de départ et son point de destination, les points affectés sont différents dans chaque cas.

Les formes de pas de norme 5 sont symétriques par rapport à un axe qui passe par le point de la symétrie centrale.

Manolo
 Gnanien