Modélisation d'une instabilité M63
Oscillateur de Duffing

Généralités

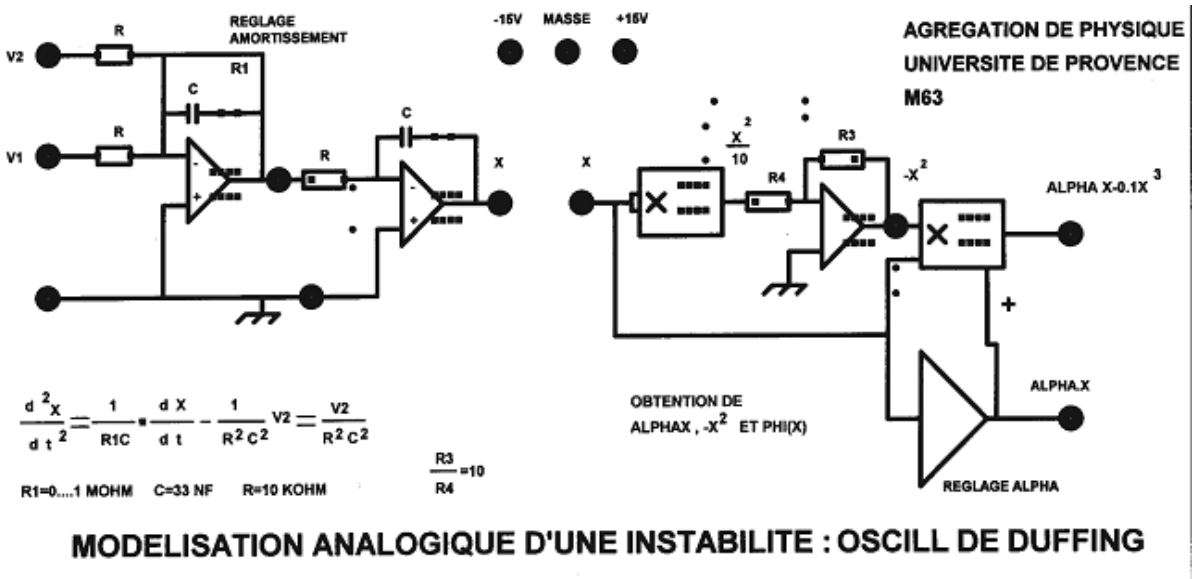
Le dispositif suivant est une plaquette qui permet de ***modéliser de façon analogique*** une équation différentielle du second ordre. En particulier, suivant les branchements que l'on réalise, il permet d'obtenir les solutions de ***l'équation non linéaire*** du « pendule pesant inversé » :

$ml^2\ddot{\theta}=mgl\sin\theta-k\theta-\lambda\dot{\theta}$ ou, plus exactement avec le développement du 3ème ordre du sinθ soit :

$ml^2\ddot{\theta}=mgl(\theta-\theta^3/3)-k\theta-\lambda\dot{\theta}$ La plaquette permet l'étude des oscillations pour une excitation sinusoïdale ce qui correspond alors à l'équation de Duffing du type :

$$\ddot{x}+rx+\alpha\dot{x}+\beta x^3=f\cos\omega t$$

Schéma et caractéristiques du dispositif



- Le dispositif doit être alimenté par une source +15 V,-15 V
- Le premier module permet de réaliser l'équation :

$$\frac{d^2X}{dt^2}+\frac{1}{R1C}\frac{dX}{dt}-\frac{1}{R^2C^2}V_2=\frac{V_1}{R^2C^2}$$

- Le deuxième module permet l'obtention de αX , $-X^2$ et $phi(X)=\alpha X-0{,}1X^3$
- **On doit réaliser les connexions qui permettent de modéliser l'équation désirée, en particulier pour l'équation de Duffing, il faut :**
  - **appliquer à l'aide d'un GBF la tension V1= Vm cosωt**
  - **connecter la sortie donn**ant $\alpha X-0{,}1X^3$ **à l'entrée V2 (**α est réglable de –1 à+1)
  - **il faut réaliser égalementn les connexions sortie « x » du premier module et entrée e « x » du second.**