

Présentation M2 ANADEAL

Michel Mehrenberger

I2M, Aix-Marseille Université, France

May 24, 2024

Présentation et objectifs

- Une formation généraliste en mathématiques appliquées.
- ANADEAL: **A**nalyse de modèles **dé**terministes et **alé**atoires
 - Modèles déterministes: EDP
 - Modèles aléatoires: Probabilités et statistiques
 - Aspects théoriques
 - Aspects numériques
- Acquérir et articuler des concepts mathématiques théoriques et numériques variés, permettant notamment d'étudier des modèles physiques, biologiques, technologiques, etc...
- Double compétence : modèles/méthodes déterministes et aléatoires
- Des cours en anglais; stages possibles à l'étranger
- Ce parcours s'appuie sur les groupes AA et ALEA de l'I2M (mathématiques de la section 26 du CNU). Il est un des parcours de la mention Mathématiques et Applications. Co-accréditation AMU et Ecole Centrale Méditerranée

Anadeal: analyse to deal with the deterministic and aleatory aspects of the world

Débouchés et contacts

- **Doctorat** en Mathématiques théoriques ou appliquées (thèses à l'université, dans une entreprise, un institut).
- après doctorat : Métiers de la recherche publique : CNRS, INRIA, INRA, Universités.
- après M2 ou doctorat :
 - Emplois de niveau **ingénieur** dans les services R&D en entreprise ou institut : CEA, EDF, IFP Énergies nouvelles, IRSN, Institut National du Cancer, INRA, Renault, Michelin, etc...
 - après M2 ou doctorat : enseignement
- Débouchés en thèse sur la période 2018-2022: 5 en moyenne par an; calcul scientifique (35%), EDP (15%), proba théoriques (10%), proba appliquées (10%), transport optimal (10%), mixte et autres (20%)
- Co-Responsables : Christophe Gomez, Michel Mehrenberger
- Contact: `prenom.nom@univ-amu.fr`
- Site internet: `https://sciences.univ-amu.fr/fr/formation/masters/master-mathematiques-applications/parcours-analyse-de-modeles-deterministes-aleatoires-anadeal`

- EDP1+2 (6 crédits)
- Analyse numérique 1+2 (6 crédits)
- Probabilités et modèles markoviens (6crédits)
- Statistique et apprentissage automatique
- Anglais (3 crédits), PPPE (3 crédits), python (2 crédits)

- Mouvement brownien et équations différentielles stochastiques (3 crédits)
- Calcul scientifique et machine learning (3 crédits)
- 2 UE parmi 4 proposées (DE1,DE2,AL1,AL2) choisies fin septembre qui changent chaque année (3+3 crédits)
- Stage (18 crédits)

- Bloc1: Analyser des modèles déterministes
 - UEs
 - EDP1, 3 crédits, Emmanuel Russ (en anglais)
 - EDP2, 3 crédits, François Hamel
 - Description
 - Introduction historique des équations aux dérivées partielles, grandes classes d'équations, problématiques
 - Principaux espaces fonctionnels employés pour décrire les classes de solutions d'EDP (espaces de Sobolev et de fonctions hölderiennes, principales propriétés et liens entre ces espaces)
 - Etude, résolution et propriétés qualitatives d'EDP d'ordres 1 et 2 (équations de transport linéaires à coefficients variables, éventuellement équations de transport non linéaires ; équations elliptiques avec solutions faibles, fortes et classiques ; équations paraboliques telles que l'équation de la chaleur ; équation des ondes linéaire)
 - Compétences à acquérir
 - Savoir distinguer différentes classes d'EDP
 - Savoir utiliser les espaces fonctionnels de Sobolev et de Hölder, savoir les comparer entre eux, savoir établir des propriétés par approximation et densité
 - Savoir montrer l'existence, l'unicité et des propriétés qualitatives des solutions de certaines EDP linéaires

- Bloc1: Analyser des modèles déterministes

- UEs

- Analyse numérique 1, 3 crédits, Khaled Saleh (en anglais)
 - Analyse numérique 2, 3 crédits, Florence Hubert

- Description

- Discrétisation des EDPs en une dimension d'espace : équation de conservation hyperbolique/convection diffusion/parabolique/systèmes complexes via des méthodes de différences finies ou volumes finis
 - Discrétisation en deux dimensions d'espace pour une EDP elliptique: éléments finis (méthode de Galerkin; cas particulier des éléments finis P1 et étude de la convergence de ces méthodes; illustration numérique sous FreeFEM++) volumes finis (notion de maillage admissible; écriture, convergence du schéma; implémentation sous python)

- Compétences à acquérir

- Savoir construire une approximation numérique adaptée à un problème donné
 - Savoir établir les principales propriétés de ce schéma numérique
 - Savoir implémenter ces schémas numériques

- Bloc2: Analyser des modèles aléatoires
- UEs
 - Probabilités, 3 crédits, Pierre Mathieu
 - Modèles markoviens 3 crédits, Sébastien Muller
- Description
 - Ce cours reverra les différentes notions de convergences des variables aléatoires, les théorèmes limites classiques et des éléments de la théorie de mesure.
 - On étudiera ensuite l'espérance conditionnelle dans le cas général qui nous permettra de définir des martingales. On continuera avec une exploration détaillée de plusieurs modèles markoviens choisis dans la liste ci-dessous: - marches aléatoires sur réseau et leurs propriétés de récurrence/transience; - modèle de percolation sur un graphe infini et transitions de phase; - méthodes quantitatives pour la convergence à l'équilibre de chaînes de Markov finies et méthodes MCMC; - graphes aléatoires et leurs illustrations dans la "méthode probabiliste".
- Compétences à acquérir
 - Approfondir la compréhension des notions de convergence des variables aléatoires.
 - Perfectionner la maîtrise des théorèmes limites et de la théorie de mesure.
 - Perfectionner les concepts d'espérance conditionnelle et les Martingales.
 - Maîtriser les propriétés des chaînes de Markov, incluant la classification des états, l'analyse de leurs convergences, et la compréhension des distributions stationnaires.
 - Appliquer des méthodes avancées pour une analyse approfondie des modèles de Markov.

- Bloc2: Analyser des modèles aléatoires
- UEs
 - Principes fondamentaux de la statistique, 3 crédits, Oleg Lepski
 - Apprentissage statistique, 3 crédits, Jean-Marc Freyermuth
- Description
 - Principes fondamentaux de la statistique: Partie I. Introduction dans la théorie minimax;
 - Partie II. Modèles paramétriques : méthode du maximum de vraisemblance, estimation bayésienne ;
 - Partie III. Modèles non-paramétriques. Estimation d'une densité : méthodes à noyau et par projection;
 - Partie IV. Modèles non-paramétriques. Régression, méthode polynomiale par morceaux.
 - Apprentissage automatique: Partie I : Classification supervisée. Méthodes linéaires. Régularisation. Méthodes de rééchantillonnage. Forêts aléatoires ; Partie II: classification non supervisée. K-means, k-medoids, modèles de mélanges; Partie III: Analyse topologique des données en apprentissage. Pipeline d'apprentissage automatique.
- Compétences à acquérir
 - Apprendre les outils et les méthodes des statistiques mathématique modernes.
 - Comprendre les fondements mathématiques et algorithmiques de quelques méthodes utilisées en apprentissage. Savoir mettre en oeuvre un pipeline d'apprentissage sur des données réelles.

- Bloc3: Développer des compétences de recherche et transverses
- UE: Anglais, 3 crédits, Alexandra Plant
- Description
 - Les cours se déroulent en anglais et reposent sur l'interaction entre étudiant(e)s, guidé(e)s par l'enseignant(e).
 - Les thèmes étudiés sont abordés par le biais de documents écrits, audio et video variés, récents et authentiques.
 - La mise en activité des étudiant(e)s vise à renforcer leurs compétences par la pratique. Des supports numériques de soutien et d'approfondissement sont mis à disposition des étudiant(e)s pour leur auto-apprentissage.
- Compétences à acquérir
 - Comprendre une communication orale en anglais de spécialité & Comprendre un document écrit en anglais de spécialité
 - S'exprimer à oral, en interaction et en continu, en anglais de spécialité en utilisant des structures complexes
 - Produire un message écrit argumenté en anglais de spécialité en utilisant des structures complexes

- Bloc3: Développer des compétences de recherche et transverses
- UE: PPPE, 3 crédits, Michel Mehrenberger
- Description
 - Partie I, les étudiants seront amenés à connaître en détails les différents métiers de la recherche et de l'ingénierie en mathématiques à travers des informations générales (connaissance des métiers d'enseignant chercheur et de chercheur, du métier d'ingénieur en mathématiques, des instituts et de grandes entreprises recrutant des mathématiciens) mais aussi en contactant des ingénieurs ou chercheurs ou en visitant des laboratoires ou des entreprises (par défaut les Instituts et entreprises présentées seront en lien avec le thème annuel du parcours, mais en fonction de leur projet les étudiants pourront explorer d'autres pistes).
 - Partiel II, les étudiants devront commencer l'élaboration d'un projet professionnel précis, basé sur les connaissances des métiers qu'ils auront acquises et sur un bilan de leurs compétences (acquises et en cours d'acquisition).
 - Partie III, les étudiants apprendront à rédiger des CV, lettres de motivations contextualisés selon le type d'emploi (en entreprise, institut ou dans une université) et à savoir où trouver des offres de stages (ou faire des candidatures spontanées) adaptées à leur projet. Ils seront invités à rédiger et rassembler des documents dans une démarche de type e-portfolio. Il sera demandé qu'une partie des productions soit faite en anglais.
- Compétences à acquérir
 - Connaître les domaines industriels ou de services utilisant des mathématiques
 - Construire un projet professionnel motivant le choix des domaines mathématiques étudiés
 - Maîtriser l'usage du traitement de texte scientifique LaTeX afin de préparer des documents et des présentations
 - Structurer un exposé oral en s'adaptant au public et aux contraintes temporelles

- Bloc3: Développer des compétences de recherche et transverses
- UE: Python,+2 crédits, Julien Olivier
- Description
 - Algèbre linéaire avec numpy, représentation graphique avec matplotlib
 - Illustration avec la simulation d'équation différentielle ordinaire, simulation de variable aléatoire et représentation graphique usuelle en statistique
- Compétences à acquérir
 - Numpy: manipuler et effectuer des opérations de bases pour les tableaux, résoudre des systèmes linéaires
 - scipy.stats: simuler numériquement des variables aléatoires classiques
 - matplotlib: Représenter graphiquement des suites et des fonctions, représenter en échelle log, en color plot en 2D, en histogrammes, en nuages de point,

- Mouvement brownien et équations différentielles stochastiques (3 crédits)
- Calcul scientifique et machine learning (3 crédits)
- 2 UE parmi 4 proposées (DE1,DE2,AL1,AL2) choisies fin septembre qui changent chaque année (3+3 crédits)
- Stage (18 crédits)

- Bloc3: Développer des compétences de recherche et transverses
- UE Transverse 1: Mouvement brownien et équations différentielles stochastiques
- Description
 - Ce cours a pour objectif d'introduire les principaux outils de calcul stochastique nécessaires aux applications dans divers domaines des mathématiques ou d'ingénierie.
 - I) Processus stochastique: processus Gaussien, martingale, processus de Markov,
 - II) Mouvement brownien: définition et quelques propriétés,
 - III) Intégrale stochastique: définition et formule d'Itô
 - IV) Equation différentielle stochastique: notion de solution forte et solution faible, critère d'existence et d'unicité, formule de Feynman-Kac
- Compétences à acquérir
 - comprendre et utiliser les concepts de base des processus stochastique et de la théorie de calcul stochastique
 - Savoir appliquer la formule d'Itô, et résoudre explicitement des EDS simples.

- Bloc3: Développer des compétences de recherche et transverses

- UE Transverse 2 : calcul scientifique et machine learning

- Description

- Malgré les progrès dans la simulation numérique des équations aux dérivées partielles, l'intégration de données bruitées, la complexité de la génération de maillage, et la résolution de problèmes en dimensions élevées demeurent des défis majeurs. Le machine learning offre une alternative prometteuse, bien que l'entraînement de réseaux neuronaux profonds requière fréquemment d'importantes quantités de données. Une approche consiste à utiliser les lois physiques correspondantes pour entraîner les réseaux neuronaux, facilitant ainsi l'intégration de données bruitées et de modèles mathématiques. Cette méthode offre également la possibilité de concevoir des architectures spécialisées en vue d'une meilleure précision, d'un entraînement plus rapide, et d'une généralisation améliorée. Les points abordés seront:

- I) Introduction aux réseaux de neurones profonds et résultats d'approximation universelle,

- II) Quelques architectures classiques et leurs liens avec les EDO et EDP

- III) Descente de gradient stochastique

- IV) Deep learning et résolution numérique d'EDP

- V) Deep learning pour l'apprentissage d'opérateur

- Compétences à acquérir

- Savoir utiliser des outils de machine learning comme un outil dans le domaine de la simulation numérique des équations aux dérivées partielles
- Comprendre les concepts mathématiques sous-jacents
- Savoir mettre en place et implémenter les différentes étapes pour la résolution d'un problème numérique donné