

Stage Hippocampe

Dates : 15, 16 et 17 Décembre 2025

L'établissement : Cité scolaire Jacques Chirac
(Marseille)

Les élèves : 21 élèves de 1ères (13 garçons et 8 filles)

Professeur accompagnant : M Bourguine, professeur
de mathématiques

Responsable du stage :

Yves Lafont, Professeur d'université à l'I2M

Les tuteurs :

Jean-Luc Gouthon, Doctorant à l'I2M,

Tommy-Lee Klein, Doctorant à l'I2M,

Serge Troubetzkoy, Professeur d'université à l'I2M



Stage de Mathématiques

Thème du stage : « Machines virtuelles, vers l'infini, et au delà »

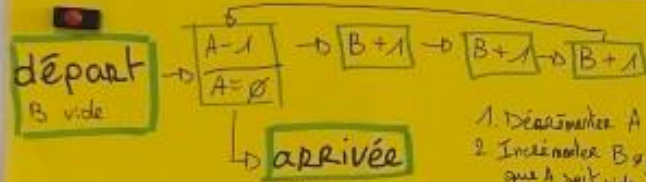
MACHINES À REGISTRES

Alexandre GRIGORIAN

Iko Escalan

Multiplication par 3

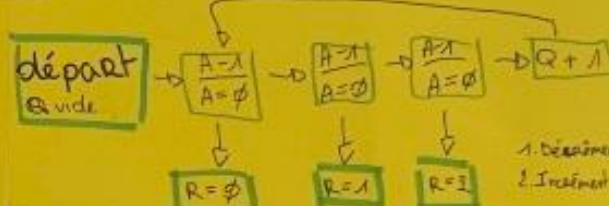
une machine à registres effectue des calculs à l'aide de registres (mémoires) contenant des valeurs numériques. Le programmeur ne connaît que des instructions simples (incrémenter, décrémentation, etc.).



1. Décrémenter A
2. Incrémenter B jusqu'à que A soit vide
3. Le résultat est la valeur de B

divisibilité par 3

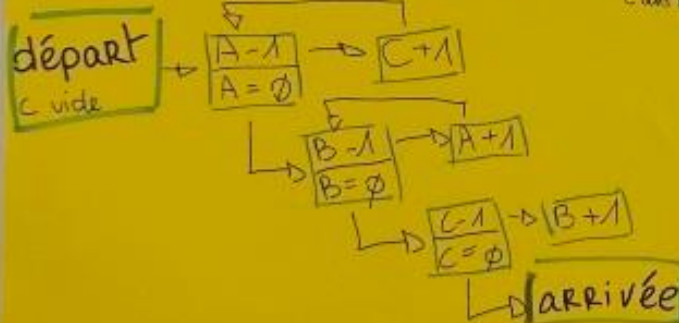
L = reste
 0 = quotient



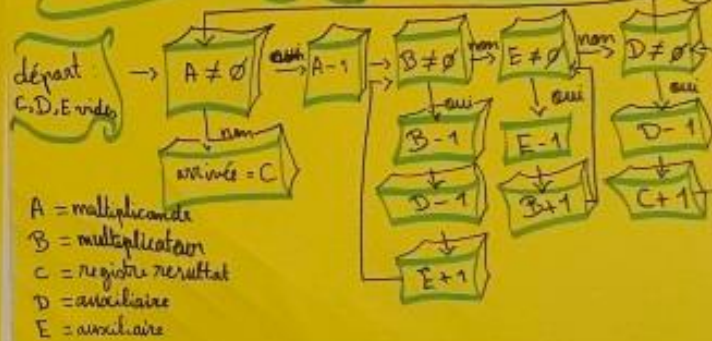
1. Décrémenter A de 3
2. Incrémenter Q

Échanges

1. transfère de A vers C
2. transfère de B vers A
3. transfère de C vers B



Multiplication à 2 registres.



- A = multiplicande
- B = multiplicateur
- C = registre résultat
- D = auxiliaire
- E = auxiliaire





Horloge ساعة Calendrier تقويم

Quelle heure dans 10h?
 $x + 10$
 ex: s'il est 9h, dans 10h $\rightarrow x + 10 = 9 + 10 = 19h$



Dans 100 heures?
 $100 / 24 = 4$
 -> nombre de jours restants
 $24 \times 4 = 96$
 $100 - 96 = 4$
 -> nombre d'heures à rajouter



Dans x heures?
 Programme Python

```

def heures(x):
    jours = x // 24
    heures_restantes = x % 24
    return jours, heures_restantes
  
```

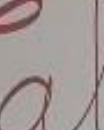


Révolution
 On utilise une horloge de 24 h car la Terre fait une révolution complète en 24 h.
 -> Si on dépasse 24, on revient au début du cycle.

Modulo
 Opère %, permet de trouver le reste d'une division euclidienne.
 -> Avec 2 nombres a et b, a % b donne le reste de la division a par b.
 -> Description la plus simple.
 -> donner des cycles (jours, heures)...

Calendrier actuel Grégorien:
 -> On ne se souvient pas de la date exacte.
 -> Si l'année est divisible par 4, l'année bissextile.
 -> Si l'année est divisible par 100, l'année normale.
 -> Si l'année est divisible par 400, l'année bissextile.

Année bissextile?



Calendrier

Quel jour de la semaine dans 1 an?
 année normale $\rightarrow +1$
 année bissextile $\rightarrow +2$



Dans 4 ans?
 3 années normales + 1 année bissextile (2)
 $3 + 2 = 5$ jours
 ex: Si on est mardi, dans 4 ans on sera dimanche.

Dans 1 siècle?
 1 siècle = 100 ans
 $100 / 4 = 25$ années bissextiles
 $100 - 24 = 76$ années normales
 $24 \times 2 = 48$
 $48 \% 7 = 5$
 -> On ajoute 5 jours.
 ex: Si on est mardi, dans 1 siècle on sera dimanche.


Dans 4 siècles?
 $400 / 4 = 100$ années bissextiles
 $400 - 97 = 303$ années normales
 $303 \times 365 + 97 \times 366 = 111657$
 $111657 \% 7 = 0$
 -> on ne change pas de date.
 ex: Si on est mardi, dans 4 siècles on sera mardi.


Nombre de Vend. 13 en 4 siècles?


Dans x date?
 Programme Python



Horloge & Calendrier







Arithmétique modulaire
L'arithmétique modulaire est un ensemble de méthodes permettant la résolution de problèmes en les ramenant entiers.

Addition Modulo 5

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Modulo
Le modulo est une opération qui au couple (a, b) d'entiers, associe le reste r de la division euclidienne de a par b.

Multiplication Modulo 5

x	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	4	2	1
4	0	4	3	2	1

Définition des termes

- P: Année de départ
- D: Année d'arrivée
- J_d: Écart de jours entre la fin de l'année et la date de départ
- J_a: Écart de jours entre la fin de l'année d'arrivée et la date que nous voulons connaître
- B: Année non bissextile
- B: Année bissextile
- H: Jour dans le semaine de la date de départ ∈ {1, 2}

Formules

Année = a et b

$$a - b = \frac{a}{4} - \frac{b}{4} - \left(\frac{a}{100} - \frac{b}{100} \right) + \left(\frac{a}{400} - \frac{b}{400} \right)$$

Nombre de jours entre P et la fin de a

$$a \times 366 + \bar{a} \times 365 - J_d = R$$

Jour de la semaine que l'on veut déterminer

$$\text{Jour} = R - \frac{7}{2} \times 7 + H$$

Formule E Daj

(le reste)
%: Signe modulo

$$f(a) = (b + H) \% 7$$

a: L'heure donnée
 b: L'heure actuelle
 H: Le jour de cadran

Définition des termes

- E: Année d'arrivée
- S: Année de départ
- Jour: jour de la semaine ∈ {0, 6}

$\mathbb{Z}(a)$:

def $\mathbb{Z}(a)$:
 $\mathbb{Z} = 21 \dots 0$ and $(a \div 100) \dots 0$
 ou $a \div 100 \dots 0$
 saut 2
 saut 1

Formule:

$$\left[\sum_{i=1}^{|E-S|} \mathbb{Z}(S+i) - \text{jour} \right] \% 7$$

Fonction définie sur le cadran

Calcul Exemple

$$13R + 1000R$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10$$

$$= 100 \times 10$$

$$= (24 \times 4 + 4) \times 10 = 13R + 40R$$

$$= 13R + 16R$$

$$= 5R$$

Définition d'une année bissextile:

- Année divisible par 4
- Année non divisible par 100
- Si l'année est divisible par 100 elle doit être divisible par 400
- Année de 366j
- On ajoute 2j: Lundi - Mercredi

Exemple:

Il est Lundi 15 décembre 2025 Quel jour sera-t-il le 15 décembre 2103 ?

$$\left[\sum_{i=1}^{2025-2025} \mathbb{Z}(2025+i) - 0 \right] \% 7 = 5$$

- Nous serons donc Samedi

