

Stage Hippocampe

Dates : 9, 10 et 11 Mars 2026

L'établissement : Lycée Val de Durance (Pertuis)
Les élèves : 27 élèves de Terminale
(16 garçons et 11 filles)

Professeurs accompagnants : M Javanaud et
Mme Rançon, professeurs de Mathématiques

Responsable du stage :
Evelyne Salançon, Maître de conférence au
CINaM

Les tuteurs :
Joseph Chaussard, Doctorant au LP3
Houssein Matar, ATER à l'I2M



Stage de Maths/Physique

Thème du stage : « Le centre de masse »



Posters réalisés

COMMENT TROUVER L'ÉQUILIBRE ?

CONDITION D'ÉQUILIBRE

\Rightarrow Si on divise par k la distance et qu'on multiplie par k , le poids alors on obtient l'équilibre.
 Si $L = L_2$ alors $m = m_0$ avec $k \in \mathbb{R}$
 $k = \frac{L_0}{L}$ ou $\frac{m}{m_0}$
 $\frac{L_0}{L} = \frac{m}{m_0}$
 $m_0 L_0 = mL$

moLo = mL

\Rightarrow Plus L_2 est grand, Plus θ est petit
 \Rightarrow Plus P_2 est grand, Plus θ est petit

$\cos \theta = \frac{\text{ADJAC}}{\text{HYPOTH}}$
 $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{m_0 L_0}{m L} \right)$

Règle d'équilibre (équilibre)

2 pt. Carré (à peds)

Représentation de l'expérience

Distances modifiées = Rapport différence logarith avec α

| | | | | | | | | | | | |
|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|------------------|---|--------------------------|------------------|-----------------|-----------------|-------------------|-----------------|
| $\sin \alpha$ | 0,32 | 0,39 | 0,48 | 0,74 | 0 | $\sin(\frac{\alpha}{2})$ | 0,14 | 0,16 | 0,62 | 0,68 | 1 |
| $\cos \alpha$ | 0,4 | 0,46 | 0,62 | 0,68 | 1 | $\cos(\frac{\alpha}{2})$ | 0,91 | 0,88 | 0,78 | 0,74 | 0 |
| α (Radians) | $\frac{3\pi}{10}$ | $\frac{2\pi}{5}$ | $\frac{4\pi}{10}$ | $\frac{3\pi}{5}$ | 0 | $(\frac{\alpha}{2})$ | $\frac{\pi}{10}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{10}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\frac{L_1}{L_2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{2}{1}$ | 1 | $\frac{L_1}{L_2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{2}{1}$ | 1 |
| $m_1 = m_2$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $\frac{m_1}{m_2}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $\tan \alpha$ | 0,32 | 0,39 | 0,48 | 0,74 | 0 | $\tan(\frac{\alpha}{2})$ | 0,14 | 0,16 | 0,62 | 0,68 | ∞ |

Masses modifiées

| | | | | | | | |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|--|---|--|
| $\sin \alpha$ | 0,44 | 0,77 | 0,83 | 0,96 | | Rapport entre la différence des masses et l'angle | |
| $\cos \alpha$ | 0,77 | 0,64 | 0,45 | 0,23 | | | |
| α (Radians) | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{2\pi}{5}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | | | |
| $\frac{m_1}{m_2}$ | 1,1 | 1,2 | 1,5 | 2 | | \Rightarrow Inversement $\frac{1}{\sin \alpha}$ | |
| $\frac{L_1}{L_2}$ | 0,9 | 0,83 | 0,66 | 0,6 | | \Rightarrow Inversement $\frac{1}{\cos \alpha}$ | |
| $\tan \alpha$ | 0,84 | 1,13 | 1,36 | 2,5 | | | |
| | 1,13 | 0,84 | 0,51 | 0,2 | | | |

TERMINOLOGIE

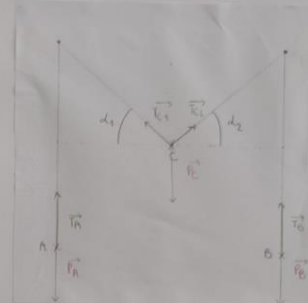
- Tam
- M
- L
- m
- g
- s
- rad
- deg
- cm
- mm



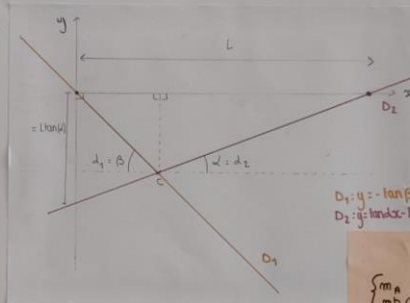


ÉTUDE DE LA POSITION D'UN POINT

INTRODUCTION :
 À partir d'une poutre nous avons réfléchi de quelle manière nous pouvions déterminer les coordonnées du point au centre du dispositif. Grâce à nos connaissances, nos expérimentations et au matériel disponible (rapporteur, poids, dynamomètre, etc.) nous avons étudié le sujet durant 3 jours.



1^{ère} loi de Newton
 $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
 $\vec{P}_c + \vec{T}_{ca} + \vec{T}_{cb} = \vec{0}$
 Coordonnées des vecteurs:
 $\vec{P}_c \begin{pmatrix} 0 \\ -P_c \end{pmatrix} + \vec{T}_{ca} \begin{pmatrix} T_{ca} \cos \alpha \\ T_{ca} \sin \alpha \end{pmatrix} + \vec{T}_{cb} \begin{pmatrix} T_{cb} \cos \beta \\ T_{cb} \sin \beta \end{pmatrix} = \vec{0}$
 Sur Ox:
 $-T_{ca} \cos \alpha + T_{cb} \cos \beta = 0$
 Sur Oy:
 $-P_c + T_{ca} \sin \alpha + T_{cb} \sin \beta = 0$
 $T_{ca} = T_{cb} = P_c / \sin \alpha = P_c / \sin \beta$ 1^{ère} loi de Newton
 $T_{ca} = T_{cb} = P_c / \sin \alpha = P_c / \sin \beta$ principe d'une poutre
 Sur Ox:
 $-m \cdot g \cdot d_a + m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot d_c = 0$
 $d_c = (m \cdot g \cdot d_a) / (m \cdot g \cdot \sin \alpha) = d_a / \sin \alpha$
 Sur Oy:
 $-m \cdot c \cdot g + m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot d_a + m \cdot g \cdot \sin \beta \cdot d_c = 0$ divisé par g
 $(-m \cdot c + m \cdot \sin \alpha \cdot d_a + m \cdot \sin \beta \cdot d_c) = 0 \Rightarrow$ divisé par m
 Sur Ox:
 $m \cdot b \cdot \cos \alpha = m \cdot a \cdot \cos \beta$
 Sur Oy:
 $m \cdot m \cdot \sin \alpha \cdot d_a + m \cdot m \cdot \sin \beta \cdot d_c = m \cdot c$
 On en déduit:
 $L \cdot \sin \alpha \cdot d_c = m \cdot c$ lorsque ma=mb angles identiques



On cherche le point d'intersection entre D1 et D2:
 $-\tan(\beta)x = \tan(\alpha)x - L \cdot \tan(\alpha)$
 $L \cdot \tan(\alpha) = \tan(\alpha)x + \tan(\beta)x$
 $L \cdot \tan(\alpha) = x(\tan(\alpha) + \tan(\beta))$
 $x = \frac{L \cdot \tan(\alpha)}{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}$

$D_1: y = -\tan(\beta)x$
 $D_2: y = \tan(\alpha)x - L \cdot \tan(\alpha)$

Pour exprimer x en fonction des basses

$$\begin{cases} m \cdot a \cdot \sin \alpha + m \cdot b \cdot \sin \beta = m \cdot c \\ m \cdot b \cdot \cos \alpha = m \cdot a \cdot \cos \beta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cdot \frac{m \cdot a \cdot \sin \alpha}{m \cdot b \cdot \cos \alpha} + \frac{m \cdot b \cdot \sin \beta}{m \cdot b \cdot \cos \alpha} &= \frac{m \cdot c}{m \cdot a \cdot \cos \alpha} \\ \cdot \frac{m \cdot a \cdot \sin \alpha}{m \cdot a \cdot \cos \alpha} + \frac{m \cdot b \cdot \sin \beta}{m \cdot b \cdot \cos \alpha} &= \frac{m \cdot c}{m \cdot a \cdot \cos \alpha} \\ \cdot \tan \alpha + \tan \beta &= \frac{m \cdot c}{m \cdot a \cdot \cos \alpha} \end{aligned}$$

$$\frac{L \cdot \tan \alpha}{\frac{m \cdot c}{m \cdot b \cdot \cos \alpha}} = \frac{L \cdot \tan \alpha \times m \cdot b \cdot \cos \alpha}{m \cdot c}$$

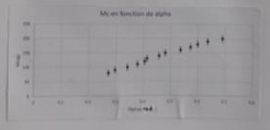
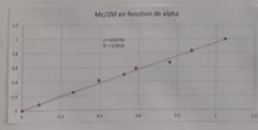
$$x = \frac{L \cdot \sin \alpha \times m \cdot b}{m \cdot c}$$

Cet objet, une balance?
 $x = \frac{L \cdot \sin \alpha \times m \cdot b}{m \cdot c}$
 $m \cdot c = \frac{L \cdot \sin \alpha \times m \cdot b}{x}$

Avec D1: $y = -\tan(\beta)x$
 $m \cdot c \cdot g = -\tan(\beta) \times L \cdot \sin \alpha \times m \cdot b$
 $m \cdot c = \frac{-\tan(\beta) \times L \cdot \sin \alpha \times m \cdot b}{y}$

Coordonnées de C en y:
 $y = \frac{-\tan(\beta) \times L \cdot \sin \alpha \times m \cdot b}{m \cdot c}$

| mB | mC | relations de cos | relations de sin | calcul type sur x et y |
|------|------|------------------|------------------|------------------------|
| 60g | 340g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=11.1 y=16.7 |
| 240g | 510g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=21.5 y=28.7 |
| 240g | 560g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=23.7 y=35.7 |
| 360g | 340g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=11.1 y=16.7 |
| 360g | 380g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=12.2 y=18.3 |
| 360g | 420g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=13.3 y=19.9 |
| 360g | 460g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=14.4 y=21.5 |
| 360g | 500g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=15.5 y=23.1 |
| 360g | 540g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=16.6 y=24.7 |
| 360g | 580g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=17.7 y=26.3 |
| 360g | 620g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=18.8 y=27.9 |
| 360g | 660g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=19.9 y=29.5 |
| 360g | 700g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=21.0 y=31.1 |
| 360g | 740g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=22.1 y=32.7 |
| 360g | 780g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=23.2 y=34.3 |
| 360g | 820g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=24.3 y=35.9 |
| 360g | 860g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=25.4 y=37.5 |
| 360g | 900g | a=20 b=30 | a=20 b=30 | x=26.5 y=39.1 |



Résultat table:
 était mesuré sur x: 5.41
 était mesuré sur y: 7.71
 Résultat théorie de distance:
 était en distance sur x: 116 cm
 était en distance sur y: 150 cm

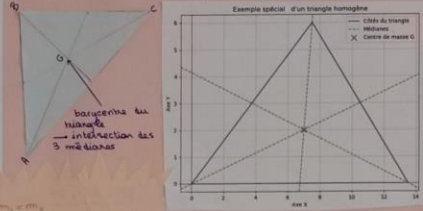
LA TEAM JOSEPH:
 - Joseph
 - Nawel
 - Léa
 - Elia
 - Titouan
 - Noa
 - Jules
 - Agnes
 - Timéo
 - Sophie



Le Centre De Masse

M. Bobillot - S. Bonlempy - S. Bachir - L. Peretti - L. Lyngbaek - V. Simon - R. Donnadiou - N. Galgan - V. Rominger

Expérience 1: triangle plein uniforme



$$m_1 = m_2 = m_3$$

$$\vec{OG} = m_1 \vec{OA} + m_2 \vec{OB} + m_3 \vec{OC}$$

$$= \frac{m_1(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})}{3}$$

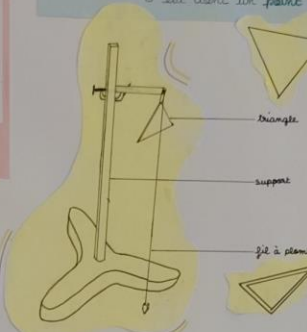
$$= \frac{m_1(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})}{3}$$

PROBLEMATIQUE: Comment déterminer le centre de masse?

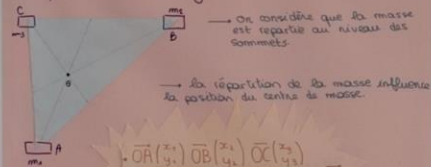
Definition: Le centre de masse G correspond à l'endroit où la masse du triangle s'équilibre. G est donc un point d'équilibre.

PROTOCOLE:

- Reproduire le triangle obtenu sur une feuille.
- Suspendre sur le support un triangle par un de ses sommets.
- Suspendre le fil de plomb et reporter le point où le fil coupe le segment sur le côté opposé.
- Répéter la même opération avec les 2 autres sommets.



Expérience 2: triangle + masses



On considère que la masse est répartie au niveau des sommets.

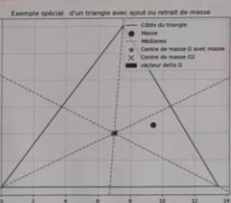
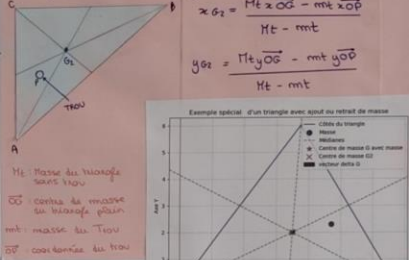
→ la répartition de la masse influence la position du centre de masse.

$$\vec{OG} = m_1 \vec{OA} + m_2 \vec{OB} + m_3 \vec{OC}$$

$$m_1 + m_2 + m_3 = M$$

$$\vec{OG} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^3 m_i \vec{OA}_i$$

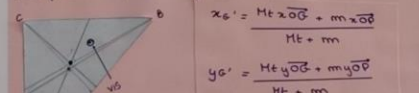
Expérience 3: triangle + trou



$$x_G = \frac{M \cdot x_{OG} - m \cdot x_{OP}}{M - m}$$

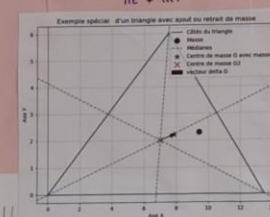
$$y_G = \frac{M \cdot y_{OG} - m \cdot y_{OP}}{M - m}$$

Expérience 4: triangle + vis



$$x_G = \frac{M \cdot x_{OG} + m \cdot x_{OP}}{M + m}$$

$$y_G = \frac{M \cdot y_{OG} + m \cdot y_{OP}}{M + m}$$



On considère n points M_1, M_2, \dots, M_n auxquels on associe des masses m_1, m_2, \dots, m_n avec $m_i > 0$ pour tout i et $\sum m_i \neq 0$.

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{OH}_i = \vec{0}$$

$$\vec{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{OH}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$\vec{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (x_i \vec{i} + y_i \vec{j})}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$\vec{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i \vec{i} + \sum_{i=1}^n m_i y_i \vec{j}}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Démonstration

Si $G(x_G, y_G)$ alors $\vec{OG} = x_G \vec{i} + y_G \vec{j}$



