

Stage Hippocampe

Dates : 4-5-6 Mai 2026

L'établissement : Collège Gyptis (Marseille)

Les élèves : 19 élèves de troisième
(9 garçons et 10 filles)

Professeurs accompagnants :

M.Leauthier, Enseignant de Mathématiques

Responsable du stage :

Joacquin Rodrigues, Maître de conférences à l'I2M

Les tuteurs :

Naomie De Araujo, Doctorante au CPPM

Lionel Nguyen Van The, Maître de conférences à l'I2M


Félix Rouveyre, Doctorant à l'I2M



Stage de Mathématiques

Thème du stage : « Stratégies »

Posters réalisés

Schéma:  $\text{X} = \text{X}$

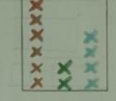
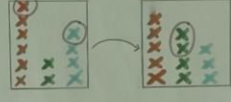
Caméléon

Règles du Jeu :
Sur une île, il y a 3 couleurs (bleu, rouge, vert) de caméléons. Si un caméléon bleu rencontre un caméléon rouge, ils deviennent verts, ainsi de suite (schéma).
 $\text{X} + \text{X} = \text{X}$
 $\text{X} + \text{X} = \text{X}$
 $\text{X} + \text{X} = \text{X}$


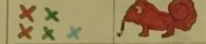
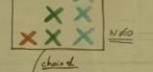

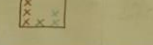

Le BUT : trouver une stratégie pour qu'au final tous les caméléons soient de la même couleur.

Remarque : Si deux piles sont vides, le jeu est fini. Dans cette situation, il y a au maximum 1 écart entre la pile la plus haute et la pile la plus basse.
Les yeux de la pile "bleue" se sont agrandis à mesure des écart à 2.





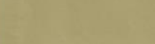

Est-il possible que tous les caméléons se rencontrent pour former une seule et même couleur?

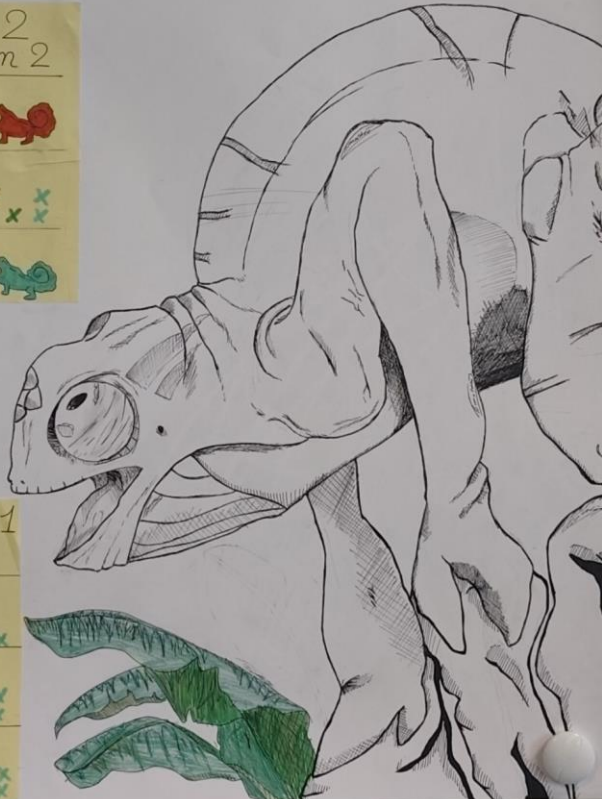
Méthode
• Tant que : Écart max > 2

• Faire se rencontrer 2 caméléons de piles les plus hautes.

• A la fin, Écart max ≤ 2

Si Écart Max = 2

Situation 1 	Situation 2 
	
	

Si Écart = 0 (MAX) **Si Écart = 1 (MAX)**






TOUR

Tactique



Le But du Jeu

- Le victoire
- Pion (Reine)
- ...

Option de son prochain

LE JEU DU DAMIER

Displacement autorisé / Displacement interdit

Note: Le pion peut se mouvoir et capturer en diagonale

LES REGLES

Le Tour peut sauter que en mouvement

Le Tour ne peut pas avancer en arrière

Chacun ses tours

Pour jouer la partie il faut qu'un des 2 joueurs arrive sur la case de son pion

Autour de AUTOPRESOISE

Displacements INTERDIT

NOTE: Les pièces peuvent se mouvoir à l'infini de case en ligne ou en colonne

Tactique

✓ Bonnes Cases

●	x		x
		x	✓ x
		✓	x x
x x	x x	x x	♔

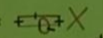

- Stéla Fiachetti Ferry .
- Daniil Coslet .
- Sandro Sapuppo .

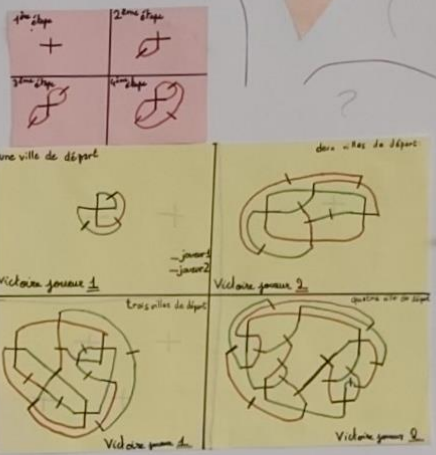




VILLES et AUTOROUTES

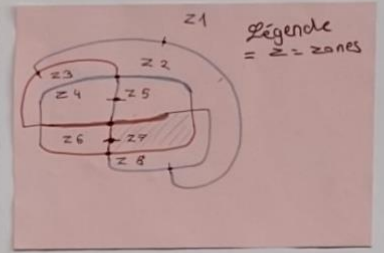
Règles

On commence par créer des villes de départ : + chacune avec 4 sorties
 chaque joueur, à tour de rôle:
 Relie une sortie à une autre par une autoroute.
 Crée une nouvelle ville au milieu de l'autoroute avec deux nouvelles sorties (une de chaque côté).
 La partie se termine lorsque le joueur adverse ne peut plus jouer
 Ce que l'on ne peut pas faire:
 On ne peut pas croiser deux autoroutes: 
 On ne peut pas relier deux autoroutes à la même sortie: 



Question importante:
Le jeu se finit ?

- 1) # sorties pas construites ne change pas
- 2) # zones finit par \rightarrow de 1 à chaque coup.
- 3) Toujours au - une sortie pas construite par zone.
- 4) On ne peut pas relier 2 sorties dans des zones \neq



Problème initial: Est-ce qu'il existe une stratégie pour gagner à tous les coups

A la fin
 $\# \text{ coups } \# \text{ villes} = 4 \times (\# \text{ villes de départ})$
 $\# \text{ coups } = C(\# \text{ zones}) + (\# \text{ zones sorties fin})$
 $\# \text{ coups } \# \text{ villes} = \# \text{ coups } \# \text{ zones} \text{ connectées en } \# \text{ zones}$
 $= \# \text{ villes} - 1$

Donc $\# \text{ coups} = \# \text{ villes} - 2$
 Si $\# \text{ villes pair} \rightarrow \# \text{ coups pair} \rightarrow$ joueur 2 gagne
 Si $\# \text{ villes impair} \rightarrow \# \text{ coups impair} \rightarrow$ joueur 1 gagne

Carrés équilibrés

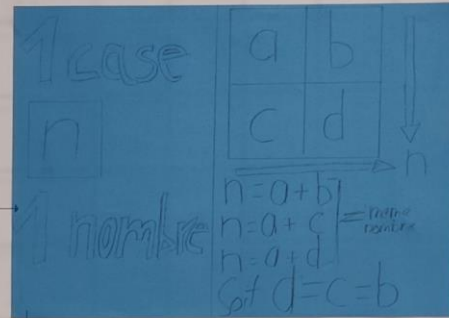
Qu'est-ce qu'un carré équilibré ?

Un carré équilibré de taille n est une grille carrée de n cases de côté dont la somme de tous les termes de chaque ligne, de chaque colonne et des deux diagonales donne une valeur constante α .

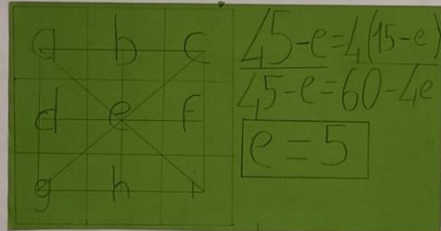
Paramètres d'un carré :
- Valeur de α
- Contraintes sur les nombres

Carré normal : Carré équilibré utilisant uniquement les nombres de 1 à n^2 et donc $\alpha = n(n+1)/2$

Avec un carré normal : $\frac{n(n+1)}{2} = \alpha$



Pour commencer, on observe une contrainte concernant le nombre du milieu. Il s'agit obligatoirement de 5 :



a	b	c
d	e	f
g	h	i

3 nombres connus définissent tout le carré

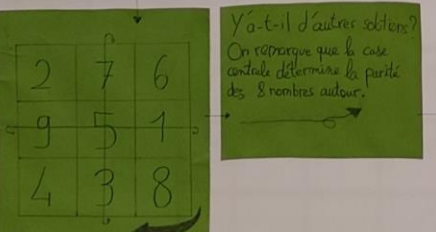
$c = 45 - (a+b)$ $i = 30 - 2a - b - d$
 $g = 45 - (a+d)$ $f = 30 - 2a - b - d - b$
 $e = 45 - 2a - b - d$ $h = 30 - 2a - 2b - d$

Comme chaque valeur est comprise entre 1 et 9, on en déduit :

$5 < a+b < 16$
 $5 < a+d < 16$
 $2a < 3a+b < 3a$
 $3a < 4a+2b < 4a$
 $3a < 6a+d+2b < 6a$
 $15 < 2a+b < 25$

Nous avons trouvé un carré de ce type :

2	7	6
9	5	1
4	3	8



Par relations et symétries sept autres solutions sont possibles.

Pour $n=3$ Pour $n=4$

$B_2 + B_3 + C_2 + C_3 = 36$ car $136 - (B_2 + B_3 + C_2 + C_3) = 6 \times 36 - 3(B_2 + B_3 + C_2 + C_3)$. De la même manière :
 $A_2 + A_3 + B_2 + B_3 = 36$
 $D_2 + D_3 + B_2 + B_3 = 36$
 $A_2 + A_4 + D_2 + D_4 = 36$

Par extension :

A_1	A_2	A_3	A_4
B_1	B_2	B_3	B_4
C_1	C_2	C_3	C_4
D_1	D_2	D_3	D_4

$A_2 + D_2 = B_3 + C_3$
 $A_3 + D_3 = B_2 + C_2$
 $B_4 + B_1 = C_2 + C_3$
 $A_1 + D_4 = B_3 + C_2$
 $C_4 + C_1 = B_2 + B_3$
 $A_4 + D_4 = B_2 + C_3$
 $A_1 + A_4 = D_2 + D_3$
 $D_4 + D_1 = A_2 + A_3$
 $B_4 + C_1 = A_4 + D_4$
 $B_2 + C_4 = A_1 + D_1$

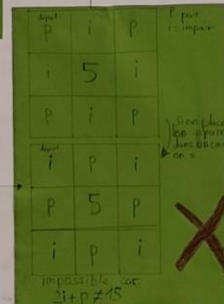
Ces 63, il faut 7 valeurs

$A_i = 36 - (A_1 + A_2 + A_3)$
 $B_i = 36 - (B_1 + B_2 + B_3)$
 $D_i = 36 - (D_1 + D_2 + D_3)$
 $C_4 = B_2 + B_3 - C_1$
 $C_2 = -36 + 2A_1 + A_2 + A_3 + B_1 + B_2 + C_1$
 $D_4 = -36 + A_1 + A_2 + A_3 + B_1 + C_1$
 $C_1 = 63 - 2A_1 - 2A_2 - A_3 - B_1 - B_2 - C_1$
 $D_2 = 63 - 2A_1 - 2A_2 - A_3 - B_1 - B_2 - C_1$
 $D_3 = -36 + 2A_1 + A_2 + B_1 + B_2 + C_1$

On peut donc écrire :

$36 < A_1 + A_2 + A_3 + B_1 + C_1 < 54$
 $36 < 2A_1 + A_2 + B_1 + B_2 + C_1 < 54$
 $0 < B_1 + B_2 - C_1 < 17$
 $54 < 2A_1 + A_2 + B_1 + B_2 + C_1 < 63$
 $36 < 2A_1 + A_2 + B_1 + B_2 + C_1 < 54$
 $54 < 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + B_1 + B_2 + C_1 < 63$

Nous n'avons pas encore trouvé de solution.



CONCLUSION : Nous avons trouvé toutes les solutions.





NOTRE PROBLEME

Sur une carte, plusieurs villes sont inscrites. Certaines sont reliées par des chemins dont la longueur est donnée.
 on choisit une ville de départ et une autre de destination. on cherche le chemin le plus court pour les relier.

CHEMIN RAPIDE

Lilou campos
 Mawenn campos
 lola stationy
 Candice abbouche

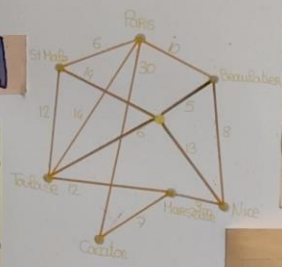


METHODE 2

METHODE 1

La méthode 1. Elle consiste à trouver le chemin le plus court entre deux villes données en prenant compte toutes les possibilités de chemins grâce à des villes intermédiaires.

- Avec 0 ville intermédiaire : Paris à Caen = 30 Km
- Avec 1 ou 2 villes intermédiaires, il n'y en a pas
- Avec 3 villes intermédiaires : Paris - St-Hilaire - Toulouse - Marseille - Caen. $6+12+12+7 = 37$ Km
- ...



ici nous cherchons la distance la plus courte entre Paris et Caen!

La méthode 2 : Elle consiste à trouver le chemin le plus court entre deux villes données en prenant en compte toutes les possibilités de chemins. Tout d'abord nous partons de la ville de départ et marquons tous les chemins directs que nous pouvons faire (ex: St-Hilaire) puis nous marquons ces données dans un tableau. Et suite, nous faisons la même chose avec toutes les villes et ajoutons les données du tableau afin qu'il n'y ait que les chemins plus rapides.

COMMENT SOMMES NOUS SÛRES QUE LA METHODE 2 EST LA PLUS RAPIDE ?

EXEMPLE AVEC UNE CARTE REGULIERE



il y a dix villes, chacune de ces villes sont reliées entre elles nous cherchons la plus courte distance entre A et E.

METHODE 1 METHODE 2

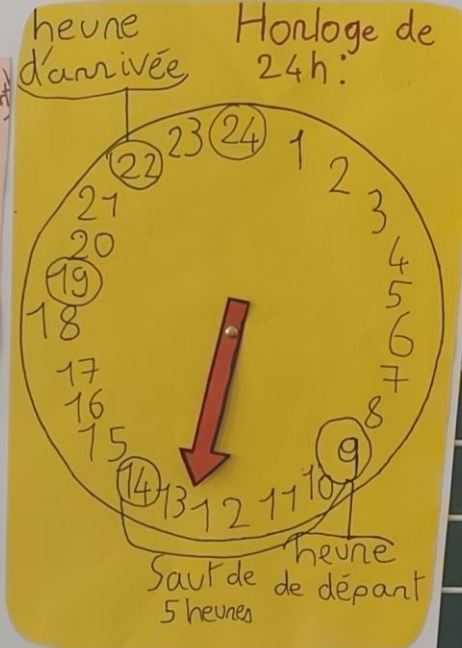
METHODE 1 - la plus longue		METHODE 2 - la plus courte	
Etape	Nb de chemins	Etape	Nb de chemins
1	1	1	9
2	8	2	8
3	$8+7$	3	7
4	$8+7+6$	4	6
5	\vdots	5	\vdots
6	\vdots	6	\vdots
7	\vdots	7	\vdots
8	$8+7+6+5+4+3+2+1$	8	\vdots
9	$8+7+6+5+4+3+2+1+0$	9	1
Total	40.320	Total	45

Grids containing large numbers 1 through 6, representing steps in the algorithm.

SUITE DANS UNE HORLOGE

Des joueurs commencent à jouer à 9h (h de départ) aux échecs. Ils se croisent toutes les 5h (saut entre 2 parties) dans une journée de 24h pour rejouer. Nous aimerions savoir si ils finiront par refaire une partie à 22h par exemple (h d'arrivée). Plus généralement, on peut changer l'heure d'arrivée, de saut entre 2 parties et l'heure de départ.

Pour un saut entre 2 parties donné, on peut prédire si les joueurs peuvent se voir à n'importe quelle h de RDV.



Journée de 24 heures:

Heure de départ	Heure de départ
9h + 5h = 14h	9h + 6h = 15h
14h + 5h = 19h	15h + 6h = 21h
19h + 5h = 00h	21h + 6h = 3h
00h + 5h = 5h	3h + 6h = 9h
5h + 5h = 10h	
10h + 5h = 15h	
15h + 5h = 20h	

Remarques:

- L'heure de départ ne change rien
- Paramètres importants: saut entre les parties, nombre d'heures dans une journée
- PGCD(24,5) = 1 donc on peut atteindre toutes les heures.
- PGCD(24,6) = 6 on ne peut atteindre toutes les heures.
- Et $\frac{24}{6} = 4$ donc tout les 4 coups on retombe sur le nombre de départ

Heure de départ Journée de 15h

8h + 3h = 11h	8h + 2h = 10h
11h + 3h = 14h	10h + 2h = 12h
14h + 3h = 17h	12h + 2h = 14h
17h + 3h = 20h	14h + 2h = 16h
20h + 3h = 23h	16h + 2h = 18h
23h + 3h = 2h	18h + 2h = 20h
2h + 3h = 5h	20h + 2h = 22h
5h + 3h = 8h	22h + 2h = 24h
	24h + 2h = 2h

THÉORÈME

Si le nombre d'heures dans une journée et le saut entre deux parties sont premiers entre eux, ALORS on peut jouer sur toutes les heures de la journée.

Si le nombre d'heures dans une journée et le saut entre deux parties ont un PGCD > 1, ALORS on ne peut pas jouer sur toutes les heures de la journée.



