



RESTES CHINOIS

Ziwei
Daguan
Salah
Chenoune
Les Algèbres de 3^{ème}

Collège Clair Soleil

Introduction:

LES RESTES CHINOIS SONT UNE ANCIENNE TECHNIQUE CREEE PAR SUN ZI POUR TROUVER UN CERTAIN NOMBRE D'OBJETS "m" QUI VERIFIE LES CONDITIONS SUIVANTES:

- EN COMPTANT m PAR 3 il RESTE 2.
- EN COMPTANT m PAR 5 il RESTE 4.
- EN COMPTANT m PAR 7 il RESTE 6.

Tableau de congruences modulo 3;5;7.

Nombre	Mod 3	Mod 5	Mod 7
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	0	3	3
4	1	4	4
5	2	0	5
6	0	1	6
7	1	2	0
8	2	3	1
9	0	4	2
10	1	0	3
11	2	1	4
12	0	2	5
13	1	3	6
14	2	4	0
15	0	0	1
16	1	1	2
17	2	2	3
18	0	3	4
19	1	4	5
20	2	0	6
21	0	1	0
22	1	2	1
23	2	3	2
24	0	4	3
104	2	4	6

Arithmétique Modulo n

Si $x \equiv r \pmod{b}$ et $x' \equiv r' \pmod{b}$
alors $x+x' \equiv r+r' \pmod{b}$

$$\begin{aligned} x &= bq + r & x+x' &= bq + r + bq' + r' \\ x' &= bq' + r' & &= bq + bq' + r + r' \\ & & &= b(q+q') + r + r' \\ & & &= b\tilde{q} + r + r' \end{aligned}$$

Reformulation du problème

$$\begin{cases} n = 3q + 2 \\ n = 5q + 4 \\ n = 7q + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n \equiv 2 \pmod{3} \\ n \equiv 4 \pmod{5} \\ n \equiv 6 \pmod{7} \end{cases}$$

Schéma des RANGÉES DE SOLDATS

Diagram illustrating the arrangement of soldiers in rows:

- 3x3 RANGÉES (3x3)
- 2x4 RANGÉES (2x4)
- 3x5 RANGÉES (3x5)
- 4x6 RANGÉES (4x6)
- 5x7 RANGÉES (5x7)

Calculations:

$$\begin{aligned} 3 \times 5 \times 7 &= 105 \\ 105 &\equiv 0 \pmod{3} \\ 105 &\equiv 0 \pmod{5} \\ 105 &\equiv 0 \pmod{7} \\ 105 - 1 &= -1 \pmod{3} \\ 105 - 1 &= -1 \pmod{5} \\ 105 - 1 &= -1 \pmod{7} \end{aligned}$$

3x3 RANGÉES
2x4 RANGÉES

3x5 RANGÉES
4x6 RANGÉES
5x7 RANGÉES

DONC 104 EST UNE SOLUTION.

Fait par les élèves du Collège Clair Soleil:
Bohra Youssef, Lina Zenati et
Insaf Bellatreche

Preuve Par




Exemple:
 $17 \times 2 = 34$
 $(1+7) \times 2 = 16 * 2 = 32$
 $3 + 4 = 7$

Contre-exemple: vrai resultat: 1018
 $509 \times 2 = 1018$
 $(5+0+9) \times 2 = 28 * 2 = 56$
 $5 + 0 + 9 = 14$
 $1 + 2 + 2 + 5 = 10 * 2 = 20$

Nous allons prendre x et y pour prouver cela.

Δ Pas de produit
 $x = x_1 x_2, y = y_1 y_2$

Il faut trouver une façon pratique pour manipuler les chiffres de x .

$x \times y$

$x = x_1 \times 10 + x_2 \times 1$

$y = y_1 \times 10 + y_2 \times 1$

$x = 10x_1 + 1x_2$

$y = 10y_1 + 1y_2$

$(10x_1 + 1x_2) \times (10y_1 + 1y_2)$

$= (10x_1 \times 10y_1) + (10x_1 \times 1y_2) + (1x_2 \times 10y_1) + (1x_2 \times 1y_2)$

$= 100x_1y_1 + 10(x_1y_2 + x_2y_1) + 1x_2y_2$

Reste de Recherche

$x \times y = x y$

$\begin{matrix} \vdots & \vdots \\ C_1 & C_2 \end{matrix}$

$(10x_1 + 1x_2)(10y_1 + 1y_2) = 100x_1y_1 + 10(x_1y_2 + x_2y_1) + 1x_2y_2$

$(x_1 x_2) \times (y_1 y_2) = (x_1 y_1) + (x_1 y_2 + x_2 y_1) + (x_2 y_2)$

$(x_1 y_1) + (x_2 y_2) = (x_1 y_1) + (x_2 y_2)$

Soit N un nombre. Soit S la somme des chiffres de N .

Exemple: Si $N = 247, S = 2 + 4 + 7 = 13$

Conjecture: Le reste dans la division euclidienne de N par 9, est égal au reste dans la div. euclidienne de S par 9.

$10 = 1 \pmod 9 \rightarrow$ Remarque Importante

Soit N un nombre entier à n chiffres.

N s'écrit $N_n N_{n-1} \dots N_1$ **Δ Pas une multiplication**

$N = N_n \times 10^{n-1} + \dots + N_3 \times 100 + N_2 \times 10 + N_1 \times 1$

$S = N_n + N_{n-1} + \dots + N_2 + N_1$

$N_n \times 10^{n-1} + \dots + N_3 \times 100 + N_2 \times 10 + N_1 \times 1$

$N_n \times 10^{n-1} = N_n \pmod 9$

$N_3 \times 100 = N_3 \pmod 9$

$N_2 \times 10 = N_2 \pmod 9$

$N_1 \times 1 = N_1 \pmod 9$

$N_n \times 10^{n-1} + \dots + N_3 \times 100 + N_2 \times 10 + N_1 \times 1 = N_n + N_3 + N_2 + N_1 \pmod 9$

\downarrow \downarrow

$N \pmod 9 = S \pmod 9$

① Donc $N = S \pmod 9$

