

ÉPIDÉMIE

Comment modéliser une épidémie et obtenir un résultat réaliste?

MODÈLE LINÉAIRE

Dans notre cas, **CAS PARTICULIER**
 $R = 1$ et $\beta = 1$
 $U_{n+1} = U_n + U_{n-1}$
 → on retrouve donc la suite de Fibonacci
 On calcule :
 $U_{n+1} = \lambda U_n$
 $U_n \Leftrightarrow U_{n+1} = \lambda U_n$
 on a une suite géométrique
 - On montre que λ majoré / croissante pour prouver une limite.

et la population saine?

S_n	I_n	U_n
0	1	0
1	0	1
2	1	1
3	2	2

Démonstration λ est constant
 $U_{n+1} = \lambda U_n$
 $U_n = \lambda^n U_0$
 $U_{n+1} = \lambda^{n+1} U_0$
 $U_{n+1} = \lambda \lambda^n U_0 = \lambda U_n$

CAS GÉNÉRAL α et β quelconque

Démonstration λ est magique
 $\lambda = \frac{1+\sqrt{1+4\alpha\beta}}{2}$
 $\lambda = \frac{1-\sqrt{1+4\alpha\beta}}{2}$
 $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$
 $\lambda_1 \lambda_2 = -\alpha\beta$

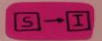
Après la détermination, les maladies perdent leur immunité et peuvent contracter la maladie.
 $S_{n+1} = S_n - \beta S_n I_n + \alpha I_n$
 $I_{n+1} = I_n + \beta S_n I_n - \alpha I_n$
 $R_{n+1} = R_n + \beta S_n I_n$

MODÈLE SIRS

Après plusieurs années, épidémie sera de moins en moins présente, 17500 gens infectés.
 $S \rightarrow I \rightarrow R$

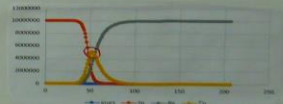
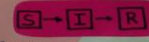
MODÈLE SI

→ rajout d'une population saine on introduit une constante C, telle que C est le pourcentage de personnes saines se retrouvant infectées
 $I_{n+1} = C I_n S_n + I_n$
 $S_{n+1} = S_n - C I_n S_n$
 où N = pop. totale
 $\Delta I_n = C I_n S_n$
 → OBTENTION D'UN TABLEAU 16 000 ou en 2 mois pour 17500000



MODÈLE SIR

→ on ajoute la pop. remise de la maladie.
 $I_{n+1} = I_n + C S_n I_n - \alpha I_n$
 $R_{n+1} = R_n + \alpha I_n$
 conditions initiales :
 $U_0 = 1$ $S_0 = N - U_0$ $R_0 = 0$



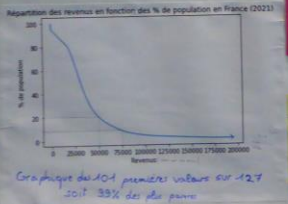
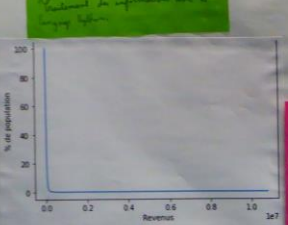
→ on obtient $\Delta I_n = C S_n I_n - \alpha I_n$
 $\Delta I_n = I_n (C S_n - \alpha)$
 → le pic est obtenu quand $\Delta I_n = 0$
 soit $I_n (C S_n - \alpha) = 0$
 $I_n = 0$ ou $C S_n = \alpha$
 $C S_n = \alpha$
 $S_n = \frac{\alpha}{C}$
 → ΔI_n est positif, I_n est positif

Quarantaine, Roddy, Engo, Sephora

REPARTITION DES REVENUS

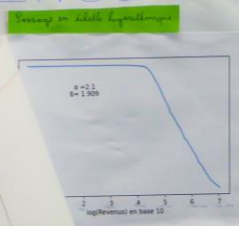
Année	Indice	Revenu	Population
2000	100	10000	10000000
2001	105	10500	10500000
2002	110	11000	11000000
2003	115	11500	11500000
2004	120	12000	12000000
2005	125	12500	12500000
2006	130	13000	13000000
2007	135	13500	13500000
2008	140	14000	14000000
2009	145	14500	14500000
2010	150	15000	15000000
2011	155	15500	15500000
2012	160	16000	16000000
2013	165	16500	16500000
2014	170	17000	17000000
2015	175	17500	17500000
2016	180	18000	18000000
2017	185	18500	18500000
2018	190	19000	19000000
2019	195	19500	19500000
2020	200	20000	20000000

Données : INSEE



Ces graphiques sont très utiles pour les économistes car ils permettent de visualiser la répartition des revenus et de constater que les 10% les plus riches possèdent plus de 30% des revenus.

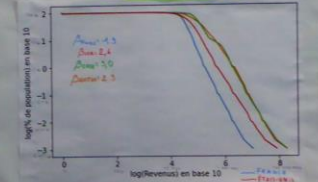
Comment lire le graphique ?
 - 10% de la population possède plus de 30% des revenus.
 - 90% de la population possède moins de 70% des revenus.



$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$
 $\log(x^k) = k \log(x)$

- Répartition des revenus en France en l'année 2021 (loi de répartition logarithmique)
 - Droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 1$
 $y = \log(x)$ $x = 2 \log(x)$
 - Droite d'équation $y = -2x + 1$
 $P = \frac{1}{R} \rightarrow \alpha$

Loi de répartition logarithmique
 - Répartition des revenus en France en l'année 2021 (loi de répartition logarithmique)
 - Droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 1$
 $y = \log(x)$ $x = 2 \log(x)$



ÉPIDÉMIE

LINÉAIRE

Tableau:

m	Mn	Dn
0	1	0
1	α	1
2	α²	α
3	α³	α²
4	α⁴	α³

α > 0

SIR

$S + I + R = N$
 $S' = -\beta SI$
 $I' = \beta SI - \gamma I$
 $R' = \gamma I$

Modèle SI on considère a nul

Modèle SI:

SIRS

$S + I + R + S_i = N$
 $S' = -\beta SI + \gamma S_i$
 $I' = \beta SI - \gamma I$
 $R' = \gamma I$
 $S_i' = \alpha S_i - \gamma S_i$

Modèle SIS

Modèle SIRS

Modèles Informatique A VARIABLES ALÉATOIRES

Modèle du covid-19

$S' = -\beta SI$
 $I' = \beta SI - \gamma I$
 $R' = \gamma I$

IMPÔT

par Gabriel Mathilde Benjamin

Définitions

L'impôt sur le revenu est un prélèvement sur les revenus des personnes et des sociétés en capital.

Impôt par tranche: échelonné de revenus entre des minimums et un maximum pour lequel on paye un certain pourcentage d'impôt.

Un impôt progressif est un impôt dont le taux d'accroissement est supérieur à celui de l'assiette.

Un impôt est dit "logique" si la fonction f(x) = R(x) est strictement croissante.

L'impôt en France

Impôt en fonction du salaire en France

Tranche de salaire	1980	2001	2022
0 - 57000	0	0	0
57000 - 114000	10%	10%	10%
114000 - 171000	15%	15%	15%
171000 - 228000	20%	20%	20%
228000 - 285000	25%	25%	25%
285000 - 342000	30%	30%	30%
342000 - 400000	35%	35%	35%
400000 - 458000	40%	40%	40%
458000 - 516000	45%	45%	45%
516000 - 574000	50%	50%	50%
574000 - 632000	55%	55%	55%
632000 - 690000	60%	60%	60%
690000 - 748000	65%	65%	65%
748000 - 806000	70%	70%	70%
806000 - 864000	75%	75%	75%
864000 - 922000	80%	80%	80%
922000 - 980000	85%	85%	85%
980000 - 1038000	90%	90%	90%
1038000 - 1096000	95%	95%	95%
1096000 - 1154000	100%	100%	100%
1154000 - 1212000	100%	100%	100%
1212000 - 1270000	100%	100%	100%
1270000 - 1328000	100%	100%	100%
1328000 - 1386000	100%	100%	100%
1386000 - 1444000	100%	100%	100%
1444000 - 1502000	100%	100%	100%
1502000 - 1560000	100%	100%	100%
1560000 - 1618000	100%	100%	100%
1618000 - 1676000	100%	100%	100%
1676000 - 1734000	100%	100%	100%
1734000 - 1792000	100%	100%	100%
1792000 - 1850000	100%	100%	100%
1850000 - 1908000	100%	100%	100%
1908000 - 1966000	100%	100%	100%
1966000 - 2024000	100%	100%	100%
2024000 - 2082000	100%	100%	100%
2082000 - 2140000	100%	100%	100%
2140000 - 2198000	100%	100%	100%
2198000 - 2256000	100%	100%	100%
2256000 - 2314000	100%	100%	100%
2314000 - 2372000	100%	100%	100%
2372000 - 2430000	100%	100%	100%
2430000 - 2488000	100%	100%	100%
2488000 - 2546000	100%	100%	100%
2546000 - 2604000	100%	100%	100%
2604000 - 2662000	100%	100%	100%
2662000 - 2720000	100%	100%	100%
2720000 - 2778000	100%	100%	100%
2778000 - 2836000	100%	100%	100%
2836000 - 2894000	100%	100%	100%
2894000 - 2952000	100%	100%	100%
2952000 - 3010000	100%	100%	100%
3010000 - 3068000	100%	100%	100%
3068000 - 3126000	100%	100%	100%
3126000 - 3184000	100%	100%	100%
3184000 - 3242000	100%	100%	100%
3242000 - 3300000	100%	100%	100%
3300000 - 3358000	100%	100%	100%
3358000 - 3416000	100%	100%	100%
3416000 - 3474000	100%	100%	100%
3474000 - 3532000	100%	100%	100%
3532000 - 3590000	100%	100%	100%
3590000 - 3648000	100%	100%	100%
3648000 - 3706000	100%	100%	100%
3706000 - 3764000	100%	100%	100%
3764000 - 3822000	100%	100%	100%
3822000 - 3880000	100%	100%	100%
3880000 - 3938000	100%	100%	100%
3938000 - 3996000	100%	100%	100%
3996000 - 4054000	100%	100%	100%
4054000 - 4112000	100%	100%	100%
4112000 - 4170000	100%	100%	100%
4170000 - 4228000	100%	100%	100%
4228000 - 4286000	100%	100%	100%
4286000 - 4344000	100%	100%	100%
4344000 - 4402000	100%	100%	100%
4402000 - 4460000	100%	100%	100%
4460000 - 4518000	100%	100%	100%
4518000 - 4576000	100%	100%	100%
4576000 - 4634000	100%	100%	100%
4634000 - 4692000	100%	100%	100%
4692000 - 4750000	100%	100%	100%
4750000 - 4808000	100%	100%	100%
4808000 - 4866000	100%	100%	100%
4866000 - 4924000	100%	100%	100%
4924000 - 4982000	100%	100%	100%
4982000 - 5040000	100%	100%	100%
5040000 - 5098000	100%	100%	100%
5098000 - 5156000	100%	100%	100%
5156000 - 5214000	100%	100%	100%
5214000 - 5272000	100%	100%	100%
5272000 - 5330000	100%	100%	100%
5330000 - 5388000	100%	100%	100%
5388000 - 5446000	100%	100%	100%
5446000 - 5504000	100%	100%	100%
5504000 - 5562000	100%	100%	100%
5562000 - 5620000	100%	100%	100%
5620000 - 5678000	100%	100%	100%
5678000 - 5736000	100%	100%	100%
5736000 - 5794000	100%	100%	100%
5794000 - 5852000	100%	100%	100%
5852000 - 5910000	100%	100%	100%
5910000 - 5968000	100%	100%	100%
5968000 - 6026000	100%	100%	100%
6026000 - 6084000	100%	100%	100%
6084000 - 6142000	100%	100%	100%
6142000 - 6200000	100%	100%	100%
6200000 - 6258000	100%	100%	100%
6258000 - 6316000	100%	100%	100%
6316000 - 6374000	100%	100%	100%
6374000 - 6432000	100%	100%	100%
6432000 - 6490000	100%	100%	100%
6490000 - 6548000	100%	100%	100%
6548000 - 6606000	100%	100%	100%
6606000 - 6664000	100%	100%	100%
6664000 - 6722000	100%	100%	100%
6722000 - 6780000	100%	100%	100%
6780000 - 6838000	100%	100%	100%
6838000 - 6896000	100%	100%	100%
6896000 - 6954000	100%	100%	100%
6954000 - 7012000	100%	100%	100%
7012000 - 7070000	100%	100%	100%
7070000 - 7128000	100%	100%	100%
7128000 - 7186000	100%	100%	100%
7186000 - 7244000	100%	100%	100%
7244000 - 7302000	100%	100%	100%
7302000 - 7360000	100%	100%	100%
7360000 - 7418000	100%	100%	100%
7418000 - 7476000	100%	100%	100%
7476000 - 7534000	100%	100%	100%
7534000 - 7592000	100%	100%	100%
7592000 - 7650000	100%	100%	100%
7650000 - 7708000	100%	100%	100%
7708000 - 7766000	100%	100%	100%
7766000 - 7824000	100%	100%	100%
7824000 - 7882000	100%	100%	100%
7882000 - 7940000	100%	100%	100%
7940000 - 7998000	100%	100%	100%
7998000 - 8056000	100%	100%	100%
8056000 - 8114000	100%	100%	100%
8114000 - 8172000	100%	100%	100%
8172000 - 8230000	100%	100%	100%
8230000 - 8288000	100%	100%	100%
8288000 - 8346000	100%	100%	100%
8346000 - 8404000	100%	100%	100%
8404000 - 8462000	100%	100%	100%
8462000 - 8520000	100%	100%	100%
8520000 - 8578000	100%	100%	100%
8578000 - 8636000	100%	100%	100%
8636000 - 8694000	100%	100%	100%
8694000 - 8752000	100%	100%	100%
8752000 - 8810000	100%	100%	100%
8810000 - 8868000	100%	100%	100%
8868000 - 8926000	100%	100%	100%
8926000 - 8984000	100%	100%	100%
8984000 - 9042000	100%	100%	100%
9042000 - 9100000	100%	100%	100%
9100000 - 9158000	100%	100%	100%
9158000 - 9216000	100%	100%	100%
9216000 - 9274000	100%	100%	100%
9274000 - 9332000	100%	100%	100%
9332000 - 9390000	100%	100%	100%
9390000 - 9448000	100%	100%	100%
9448000 - 9506000	100%	100%	100%
9506000 - 9564000	100%	100%	100%
9564000 - 9622000	100%	100%	100%
9622000 - 9680000	100%	100%	100%
9680000 - 9738000	100%	100%	100%
9738000 - 9796000	100%	100%	100%
9796000 - 9854000	100%	100%	100%
9854000 - 9912000	100%	100%	100%
9912000 - 9970000	100%	100%	100%
9970000 - 10028000	100%	100%	100%
10028000 - 10086000	100%	100%	100%
10086000 - 10144000	100%	100%	100%
10144000 - 10202000	100%	100%	100%
10202000 - 10260000	100%	100%	100%
10260000 - 10318000	100%	100%	100%
10318000 - 10376000	100%	100%	100%
10376000 - 10434000	100%	100%	100%
10434000 - 10492000	100%	100%	100%
10492000 - 10550000	100%	100%	100%
10550000 - 10608000	100%	100%	100%
10608000 - 10666000	100%	100%	100%
10666000 - 10724000	100%	100%	100%
10724000 - 10782000	100%	100%	100%
10782000 - 10840000	100%	100%	100%
10840000 - 10898000	100%	100%	100%
10898000 - 10956000	100%	100%	100%
10956000 - 11014000	100%	100%	100%
11014000 - 11072000	100%	100%	100%
11072000 - 11130000	100%	100%	100%
11130000 - 11188000	100%	100%	100%
11188000 - 11246000	100%	100%	100%
11246000 - 11304000	100%	100%	100%
11304000 - 11362000	100%	100%	100%
11362000 - 11420000	100%	100%	100%
11420000 - 11478000	100%	100%	100%
11478000 - 11536000	100%	100%	100%
11536000 - 11594000	100%	100%	100%
11594000 - 11652000	100%	100%	100%
11652000 - 11710000	100%	100%	100%
11710000 - 11768000	100%	100%	100%
11768000 - 11826000	100%	100%	100%
11826000 - 11884000	100%	100%	100%
11884000 - 11942000	100%	100%	100%
11942000 - 12000000	100%	100%	100%

ALGORITHME

On considère une fonction f(x) = ax + b.

S1: on suppose que x est égal à 100 (dans ce cas, on a f(100) = 100a + b).

S2: on suppose que x est égal à 200 (dans ce cas, on a f(200) = 200a + b).

S3: on suppose que x est égal à 300 (dans ce cas, on a f(300) = 300a + b).

S4: on suppose que x est égal à 400 (dans ce cas, on a f(400) = 400a + b).

S5: on suppose que x est égal à 500 (dans ce cas, on a f(500) = 500a + b).

S6: on suppose que x est égal à 600 (dans ce cas, on a f(600) = 600a + b).

S7: on suppose que x est égal à 700 (dans ce cas, on a f(700) = 700a + b).

S8: on suppose que x est égal à 800 (dans ce cas, on a f(800) = 800a + b).

S9: on suppose que x est égal à 900 (dans ce cas, on a f(900) = 900a + b).

S10: on suppose que x est égal à 1000 (dans ce cas, on a f(1000) = 1000a + b).

LIMITES

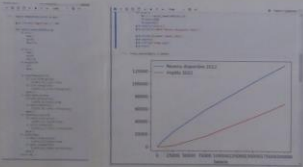
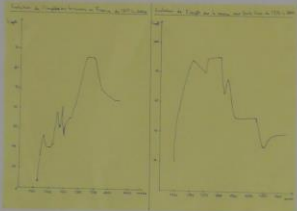
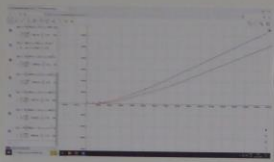
Soit f(x) = 1/x. On a f(x) > 0 pour x > 0.

On a lim_{x → 0+} f(x) = +∞.

On a lim_{x → 0-} f(x) = -∞.

On a lim_{x → ∞} f(x) = 0.

On a lim_{x → -∞} f(x) = 0.



Les impôts sur le revenu

Problème: Si notre patron nous propose une augmentation qui nous fait passer dans la tranche supérieure, faut-il l'accepter?

En 2022

Tranche de revenu (€)	Taux
0 - 10225	0%
10225 - 26971	11%
26971 - 71528	30%
71528 - 160536	41%
160536 - ∞	45%

Si, par exemple, notre revenu est de 26000 €/an, on nous propose une augmentation de 4000 €/an, il faut l'accepter car:
 pour 26000 €/an $I = (26000 - 10225) \times 0,11 = 1735,25 \text{ €}$
 $R_d = 26000 - 1735,25 = 24264,75 \text{ €}$
 pour 30000 €/an $I = (30000 - 10225) \times 0,11 = 2198,75 \text{ €}$
 $R_d = 30000 - 2198,75 = 27801,25 \text{ €}$

Démontrons d'abord que la courbe du revenu disponible en fonction du revenu est tout à fait croissante.

$$R_d(R) = R - I(R)$$

$$I'(R) = R' \times t$$

$$I'(R) < 1 \text{ car } t < 1 >$$

$$R_d'(R) = 1 - t > 0 \text{ donc } R_d(R) > 0 \text{ donc } R_d(R) \text{ est croissante.}$$

La dernière condition qui nous permettrait d'affirmer qu'il faut toujours accepter une augmentation, quelle qu'elle soit, est que la courbe soit concave. Nous le démontrons ensuite avec le calcul de la courbure formée qui inclut la variable R_d (reste fiscal).

$$(R \times t)(C_r \times N)$$

Tranche de revenu (€)	Taux
0 - 10225	0%
10225 - 26971	11%
26971 - 71528	30%
71528 - 160536	41%
160536 - ∞	45%

$$C_h \times h \leq q \times 1592$$

La dernière condition qui nous permettrait d'affirmer qu'il faut toujours accepter une augmentation, quelle qu'elle soit, est que la courbe soit concave. Nous le démontrons ensuite avec le calcul de la courbure formée qui inclut la variable R_d (reste fiscal).

