





# Les mots bégues

Thème de la semaine  
 Théorie des mots  
 Séminaire de Mathématiques  
 Université de Caen  
 Octobre 2018

**DEFINITIONS:**  
 Un mot bégue est un mot qui commence et se termine par la même lettre.  
 ex: **bababa**, **ababa**  
 Un mot non bégue est un mot qui ne commence et ne se termine pas par la même lettre.  
 ex: **babab**, **ababab**

**DÉNOMBREMENT**  
 $A\{1, 2, 3\}$   
 nml 1 = 3  
 nml 2 =  $3 \times 2 = 6$   
 nml 3 =  $3 \times 2 \times 2 = 12$   
 $12 < nml 4 < 24$

**Algorithme mélange**  
 On prend 3 lettres  $\{1, 2, 3\}$  et on les mélange un mot à la fois.  
 $1 \rightarrow 312$ ;  $2 \rightarrow 3$ ;  $3 \rightarrow 2$   
 Cela donne donc  
 $1 \rightarrow 312 \rightarrow 23123 \rightarrow 323232$   
 Évident à la fin, on a un mot bégue.  
 Cela se montre par induction ?  
 Variations ?

**FINI OU INFINI**  
 \* On a fixé un alphabet  $\Sigma$   
 Conjecture: il existe un nombre fini de mots non-bégues dans  $\Sigma^*$   
 Question: Est-ce vérifiable ?  
 Existence de mots agaçants-bégues ?  
 Longueur

**LE PLUS GRAND MOT NON BÈGUE**  
 (pour  $A$  vué cas  $\{1, 2, 3\}$ )  
 On a quel est le mot non bégue de  $\Sigma^*$  maximal  $\{1, 2, 3\}$   
 On a aussi dans  $\Sigma^*$  le mot maximal qui n'est pas un bégue.  
 Cela a donné  
 1213212321312313231213

**Algo Miroir**  
 $\{1\} \rightarrow \{1, 2\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \rightarrow \dots$   
 $1 \rightarrow 121$   
 $2 \rightarrow 121321$   
 $3 \rightarrow 1213212321$   
 $f(n) =$  longueur du mot. On a aussi  $f(n) = f(n-1) + \max(\text{longueur}(f(n-1)))$   
 $f(n+1) = 2f(n) + 1$   
 $U(n) = 2^n - 1$

**Règles du jeu**  
 \*  $\Sigma = \{A, B\}$   
 \* Changer B en A  
 \* Supprimer B et A (en gardant l'ordre alphabétique)  
 \* 8 lettres  
 \* Maximum 20 et Maximum 50.

**Stratégie**  
 \* Suite qui finit par B  
 - Pour un mot de longueur quelconque de A et un mot de B pair, il existe un déplaçable.  
 - Pour un mot de longueur quelconque de A et un mot de B impair, il existe un déplaçable.  
 \* Suite qui finit par A  
 - Pour un mot de A pair, il existe un déplaçable.  
 - Pour un mot de A impair, il existe un déplaçable.  
 - Pour un mot de B pair, il existe un déplaçable.  
 - Pour un mot de B impair, il existe un déplaçable.

**Exemple** On dit que le joueur 1 gagne si la suite est alphabétique, et le joueur 2 ne le connaît pas, on veut donc trouver les possibilités du joueur 1.  
 BAABB  
 AAAAB  
 AAAA  
 AAA  
 AA  
 A  
 Dans tous les cas, le joueur 1 est gagnant.



**Règles du jeu dérivé:**  
 \*  $\Sigma = \{A, B\}$   
 \* Changer B en A  
 \* Supprimer B et A (en gardant l'ordre alphabétique)  
 \* Inverser en AB  
 \* 8 lettres  
 \* Maximum 20 et Maximum 50.

**Selon la règle n=4:**  
 Si le mot est total de déplacements de B à la fin de la suite est pair, alors les positions gagnantes et perdantes ne changent pas.  
 Si le mot est total de déplacements de B à la fin de la suite est impair, alors les positions gagnantes et perdantes s'inversent.

mot	longueur	nombre de B	mot	longueur	nombre de B
A	1	0	AA	2	0
AA	2	0	AAA	3	0
AAA	3	0	AAAA	4	0
AAAA	4	0	AAAAA	5	0
AAAAA	5	0	AAAAAA	6	0
AAAAAA	6	0	AAAAAA	7	0
AAAAAA	7	0	AAAAAA	8	0
AAAAAA	8	0	AAAAAA	9	0
AAAAAA	9	0	AAAAAA	10	0
AAAAAA	10	0	AAAAAA	11	0
AAAAAA	11	0	AAAAAA	12	0
AAAAAA	12	0	AAAAAA	13	0
AAAAAA	13	0	AAAAAA	14	0
AAAAAA	14	0	AAAAAA	15	0
AAAAAA	15	0	AAAAAA	16	0
AAAAAA	16	0	AAAAAA	17	0
AAAAAA	17	0	AAAAAA	18	0
AAAAAA	18	0	AAAAAA	19	0
AAAAAA	19	0	AAAAAA	20	0

