

## UE Géométrie 1 semestre 3

### Contenus :

#### 1. Nombres complexes.

- (a) Rappels sur les complexes : notation algébrique, opérations, conjugué et module, calcul de l'inverse, calcul des racines carrées.
- (b) Formules d'Euler, exponentielle imaginaire, argument et notation exponentielle, calcul du produit et de l'inverse (en notation exponentielle), le groupe des racines  $n$ -ièmes de l'unité, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe quelconque, somme des racines  $n$ -ièmes de l'unité ;
- (c) Liens avec le calcul vectoriel, interprétation géométrique de  $\mathbb{C}$  et affixe d'un point (du plan).
- (d) Utilisation de  $\mathbb{C}$  en géométrie plane : problèmes d'angles et de distances, transformations du plan (translations, rotations, symétries, homothéties).

#### 2. Géométrie analytique dans $\mathbb{R}^2$ , $\mathbb{R}^3$ .

- (a) Opérations sur les vecteurs : produit scalaire, orthogonalité et norme, inégalité de Cauchy-Schwarz et inégalité triangulaire (le cas  $n$ -dimensionnel est facultatif). Mesure d'un angle, orientation canonique, produit vectoriel.
- (b) Bases et repères (quelconques, orthonormés, directs) ; vecteur directeur d'une droite et base d'un plan (de l'espace) ;
- (c) La géométrie du triangle, relations métriques dans un triangle, théorèmes sur les droites remarquables (médiannes, hauteurs bissectrices, médiatrices) d'un triangle.
- (d) Système d'équations paramétriques (pour une droite ou un plan) ; vecteur normal à une droite (dans  $\mathbb{R}^2$ ) ou à un plan (de  $\mathbb{R}^3$ ) ; équation cartésienne d'une droite (du plan) ou d'un plan (de l'espace) et système d'équations cartésiennes (pour une droite de l'espace).
- (e) Positions relatives des plans, des droites et des plans, distance entre un point et une droite, distance entre un point et un plan, distance entre deux droites, angle entre deux plans (angle dièdre), le cercle  $C_r(x)$ , la sphère  $S_r(x)$ , problèmes d'intersection. Problèmes de lieu géométrique traités analytiquement (exemples).

3. La classification des isométries des espaces métriques  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  (munis des distances euclidiennes standard). Matrice orthogonale. Les sous-ensembles  $O(2)$  de  $GL(2)$  et  $O(3)$  de  $GL(3)$ . La bijection naturelle  $SO(2)$  avec  $U$  dans  $\mathbb{C}^*$ . Formes canoniques d'une matrice  $A$  de  $O(3)$  dans une base orthonormée, interprétation géométrique. Toute isométrie est une application affine de partie homogène orthogonale. Déplacements et anti-déplacements. Classification. Points fixes, sous-espaces invariants des isométries en dimension 2 et 3.

**Pré-requis : Algèbre linéaire semestre 2**