

## **UE Topologie et calcul différentiel 1 semestre 4**

### **Contenus :**

#### **1-Topologie de $\mathbb{R}^n$ :**

*Normes (équivalence des normes en dimension finie : preuve plus tard), ouverts, fermés (caractérisation séquentielle), adhérence, intérieur, compacts (=fermés+bornés, théorème de Bolzano-Weierstrass), complétude.*

#### **2-Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$ :**

*Fonctions de la variable  $x$  dans  $A$  ensemble non vide de  $\mathbb{R}^n$  ; limite en  $a$  appartenant à l'adhérence de  $A$ , continuité (avec caractérisation séquentielle), opérations sur les fonctions continues (somme, produit, inverse, multiplication par un scalaire, composition) ; images réciproques d'ouverts et fermés par des applications continues ; continuité sur un compact (continuité uniforme, preuve de l'équivalence des normes en dimension finie).*

#### **3-Différentiabilité :**

*Dérivées partielles, différentiabilité (Taylor d'ordre 1), gradient, matrice jacobienne, plan tangent (interprétation géométrique) fonctions de classe  $C^1$ , opérations sur les fonctions différentiables, dérivée directionnelle, théorème et inégalité des accroissements finis sur un convexe ; fonctions convexes ; différentielles d'ordre supérieur (Hessienne) ; théorème de Schwarz ; formules de Taylor (Taylor-Young à tout ordre et Taylor avec reste intégral à l'ordre 2) ; points critiques, extrema locaux, points selle.*

**Pré-requis : Analyse 2 semestre 3**