

UE Algèbre 3 semestre 5

Contenus :

- 1. Rappel sur les endomorphismes : Espaces propres et valeurs propres, polynôme caractéristique, diagonalisation, trigonalisation. Polynôme d'un endomorphisme. Théorème de Cayley-Hamilton.**
- 2. Le lemme des noyaux. Espaces caractéristiques. Endomorphismes nilpotents. Polynôme minimal. Critère de diagonalisabilité en termes du polynôme minimal. L'exponentielle d'une matrice.**
- 3. Formes linéaires. Espace dual. Base duale. La dimension d'un sous-espace annulateur.**
- 4. Formes bilinéaires, formes bilinéaires symétriques, formes bilinéaires alternées. L'existence d'une base orthogonale. Formes bilinéaire alternées. Formes quadratiques, l'identité de polarisation et forme polaire, rang, noyau et cône isotrope. Réduction de Gauss. Théorème de Sylvester. Signature. Critère de positivité définie avec les mineurs principaux dominants.**
- 5. Produit scalaire. Espaces euclidiens. L'inégalité de Cauchy-Schwartz dans un espace euclidien. Norme et distance associées à un produit scalaire. La mesure d'un angle dans un espace euclidien. Familles et bases orthogonales et orthonormées. Coordonnées par rapport à une base orthonormée. Somme directe orthogonale. Projection orthogonale. La formule de la projection. Symétrie par rapport à un sous-espace. L'algorithme de Gram-Schmidt (La décomposition QR des matrices). Application adjointe. Isomorphisme orthogonal entre espaces euclidiens. La classification des espaces euclidiens.**
- 6. Classes remarquables d'endomorphismes d'un espace euclidien : endomorphismes symétriques, anti-symétriques, orthogonaux, spécial-orthogonaux. Diagonalisation dans une base orthonormée d'un endomorphisme symétrique, forme canonique des endomorphismes orthogonaux dans une base orthonormée. Le théorème de Cartan sur la décomposition des isométries linéaires en produit de réflexions.**
- 7. Espaces hermitiens. L'inégalité de Cauchy-Schwartz dans un espace hermitien. Somme directe orthogonale dans un espace hermitien. Base orthogonale, base orthonormée. Existence d'une base orthonormée. Application adjointe. Isomorphisme unitaire. Classes remarquables d'endomorphismes d'un espace hermitien : endomorphismes normaux, hermitiens, anti-hermitiens, unitaires, spécial-unitaires. Théorèmes de diagonalisation dans une base orthonormée.**

Pré-requis : Algèbre linéaire semestre 2

Algèbre 1 semestre 3